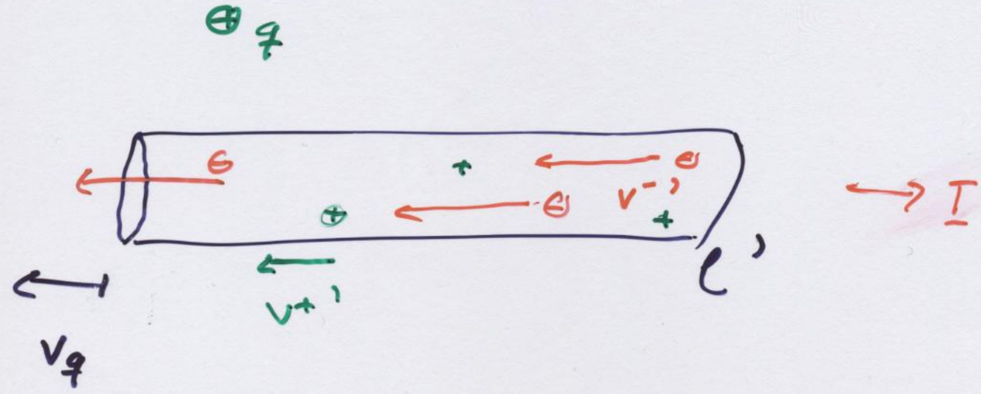
zu relativistischen Betrachtungen



Im Ruhesystem des Drahtes:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v}_q \times \vec{B} \qquad \{ \rho_0 = \rho^+ + \rho^- = 0 \}$$

Im Ruhesystem der Ladung q:

$$\rho_0' \approx - \rho^+ \cdot \frac{v_q \cdot v^-}{c^2} < 0 \; !$$

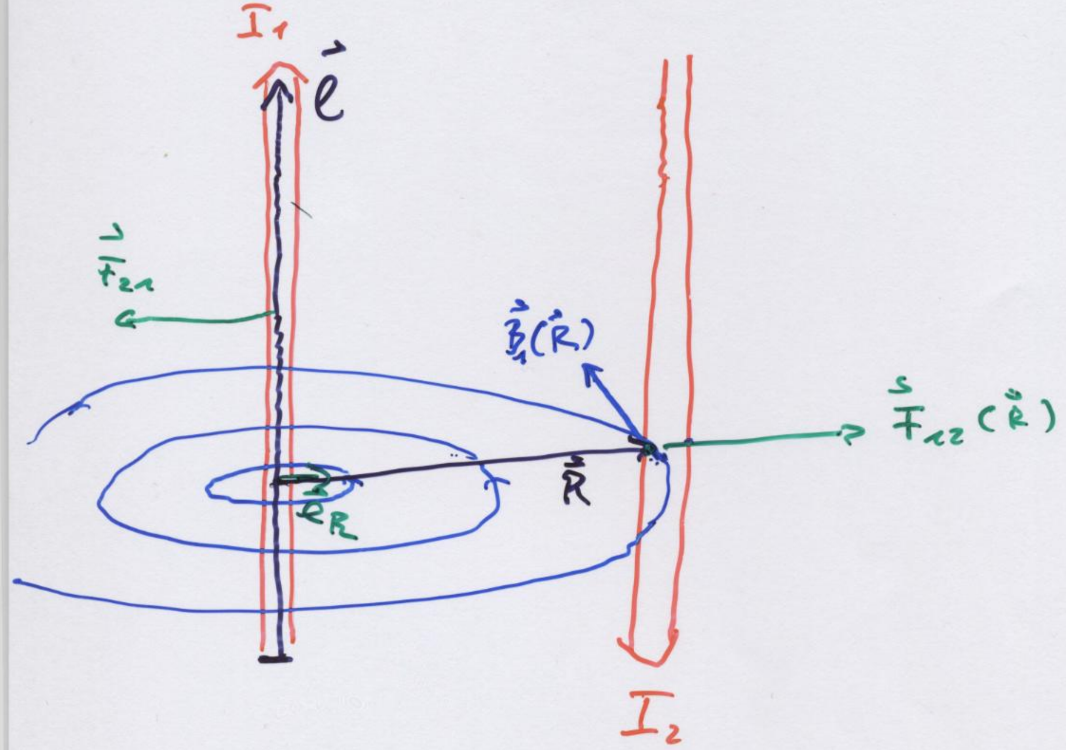
$$\Rightarrow \vec{E} = - \frac{\rho^+}{2\pi\varepsilon_0 r} \cdot \frac{v_q \cdot v^-}{c^2} \, \vec{e}_r$$

mit $I = \rho^- \cdot v^- = \rho^+ \cdot v^-$

$$\vec{F} = - \underbrace{\frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \cdot \frac{1}{2\pi r} \cdot I}_{B} \cdot v_q \cdot q \cdot \vec{e}_r$$

$$= q \cdot \vec{v}_q \times \vec{B} \; !$$

4.1.5 Kräfte zwischen stromdurchflossenen Leitern



$$B_1(\vec{R}) = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi R} \cdot \vec{e}_{\vec{\ell}\times\vec{R}}$$

$$\vec{F}_{12}(\vec{R}) = - I_2 \cdot \vec{\ell} \times \vec{B}_1$$

$$= + \frac{I_2 \cdot \ell \cdot \mu_0 \cdot I_1}{2\pi R} \vec{e}_{\vec{R}}$$

$$\vec{B}_2(-\vec{R}) = -\frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi R}\,\vec{e}_{-\vec{e}\times-\vec{R}}$$

$$\vec{F}_{21} = I_1 \cdot \vec{\ell} \times \vec{B}_2(-\vec{R})$$

$$= -\frac{I_1 \cdot \ell \cdot \mu_0 \cdot I_2}{2\pi R}\,\vec{e}_R$$

$$= -\vec{F}_{12}$$

Anwendung: Definition des Stroms

Kraft zw. 2 Drähten im Abstand 1m, Länge 1m, I_1, I_2 je 1A:

$$F = \frac{4\pi\, 10^{-7}\ \mathrm{Tm/A} \cdot 1\mathrm{A} \cdot 1\mathrm{A} \cdot 1\mathrm{m}}{2\pi \cdot 1\mathrm{m}}$$

$$= 2 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{TmA}$$

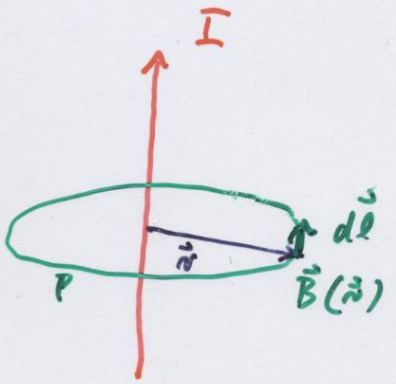
$$\boxed{F = 2 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{N}}$$

4.1.5 Das Ampèresche Gesetz

Basiert auf Beobachtungen (~ 1820)

$$\oint_P \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 \cdot I$$

„Quelle“



$$\left\{ \oint_O \vec{E}\, d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0} \right\}$$

Bsp: ∞ langer Draht: $\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{e}_B$

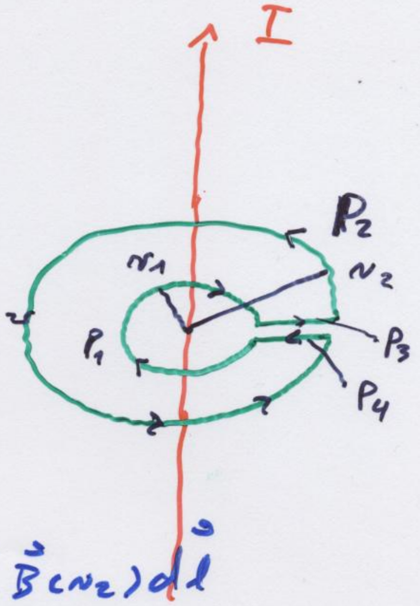
$$\oint_P \vec{B}\, d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \underbrace{\oint_P dl}_{2\pi r}$$

$$= \mu_0 I$$

Pfad geschlossen um Leiter

Falls P Strom

<u>nicht</u> umschließt



$$\oint_P \vec{B}\, d\vec{l}$$

$$= \int_{P_1} \vec{B}(r_1)\, d\vec{l} + \int_{P_2} \vec{B}(r_2)\, d\vec{l}$$

$$+ \underbrace{\int_{P_3} \vec{B}\, d\vec{l} + \int_{P_4} \vec{B}\, d\vec{l}}_{0}$$

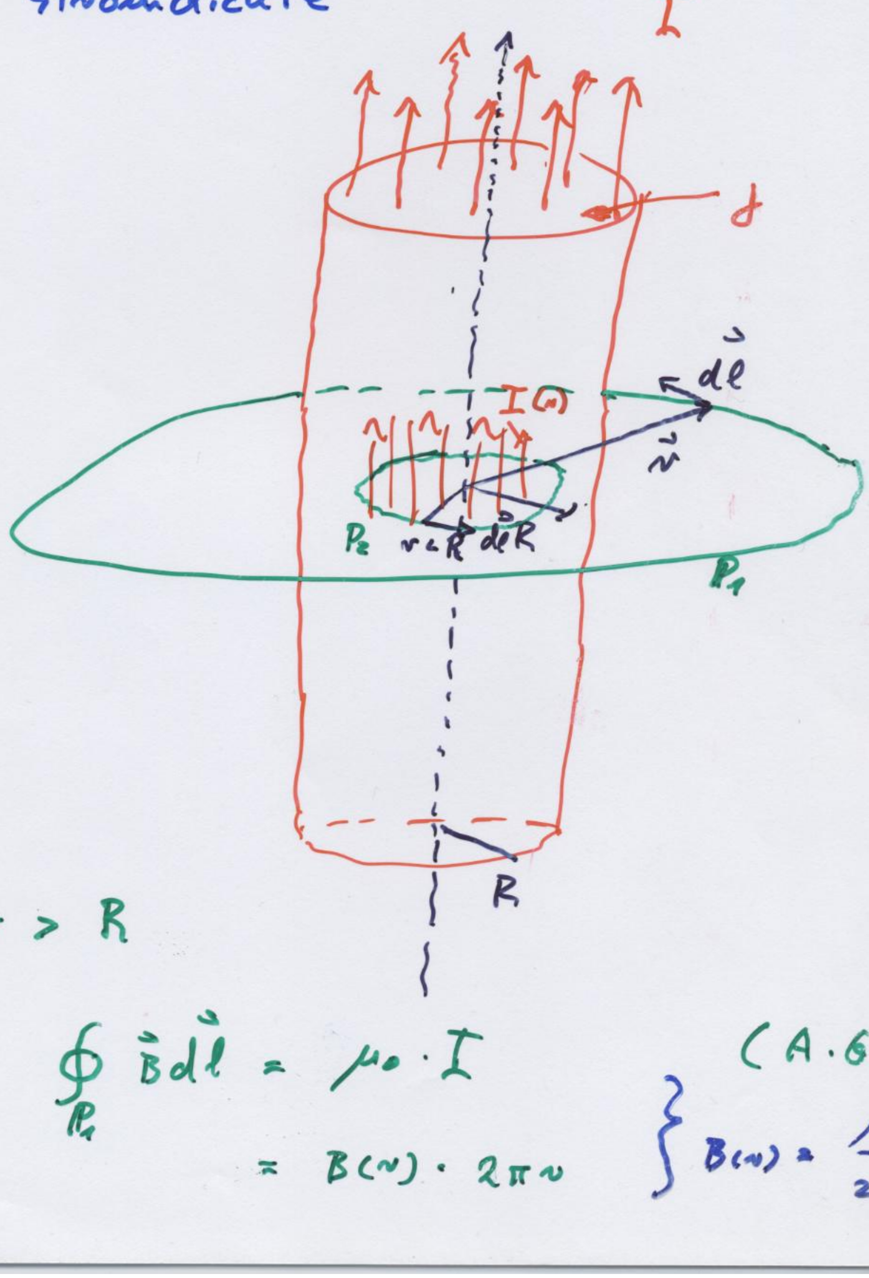
$$= B(r_1) \cdot 2\pi r_1 - B(r_2) \cdot 2\pi r_2$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1} 2\pi r_1 - \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2} 2\pi r_2$$

$$= 0$$

Anwendung: Berechnung von Magnetfeldern

(i) ∞ langen Zylinder mit konstanter Stromdichte



a) $r > R$

$$\oint_{P_1} \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 \cdot I \qquad (A.G.)$$

$$= B(r) \cdot 2\pi r \quad \Big\} \; B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

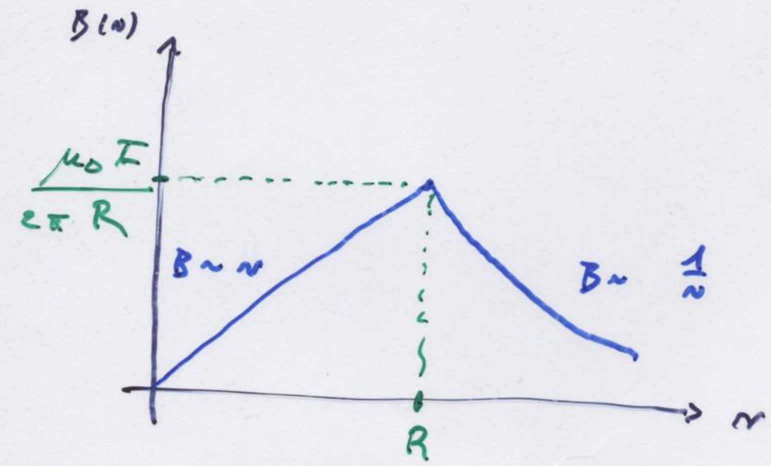
b) $r < R$:

$$\oint_{P_2} \vec{B}\, d\vec{l} = \mu \cdot I(r)$$

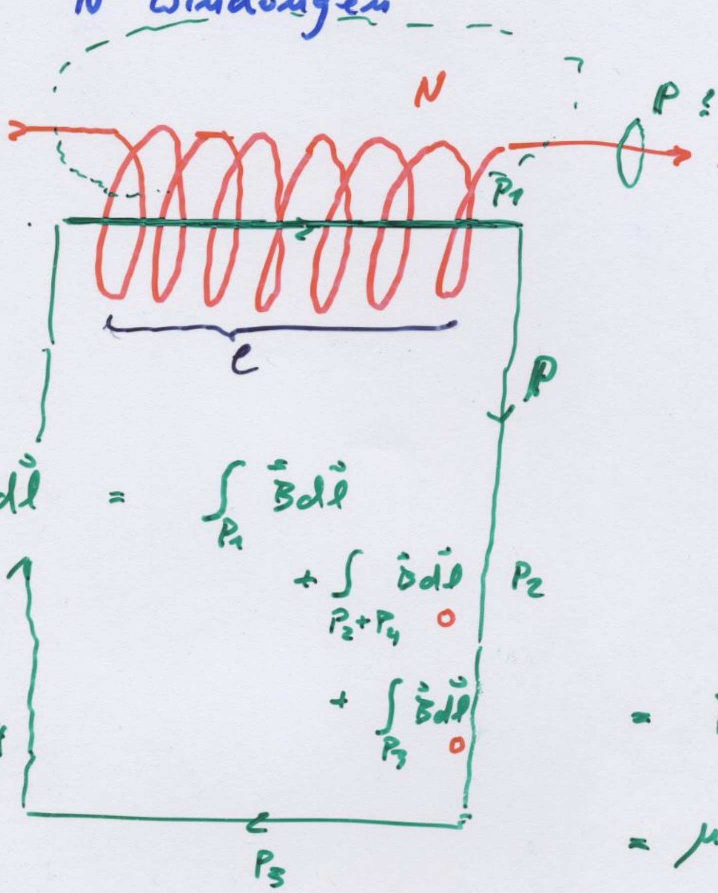
Strom durch Fläche πr^2

$$I(r) = I \cdot \frac{\pi r^2}{\pi R^2}$$

$$B(r) = \mu_0 \cdot \frac{I}{2\pi R^2} \cdot r$$



ii) Magnetfeld einer Spule mit N Windungen



$$\oint_P \vec{B}\,d\vec{l} = \int_{P_1} \vec{B}\,d\vec{l} + \underbrace{\int_{P_2+P_4} \vec{B}\,d\vec{l}}_{0} + \underbrace{\int_{P_3} \vec{B}\,d\vec{l}}_{0} = B \cdot l = \mu_0 \cdot N \cdot I$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{l} = \mu_0 \cdot n \cdot I$$

Achtung: nur im Zentrum, $l \gg R$

4.2 Das Magnetfeld und sein Potential

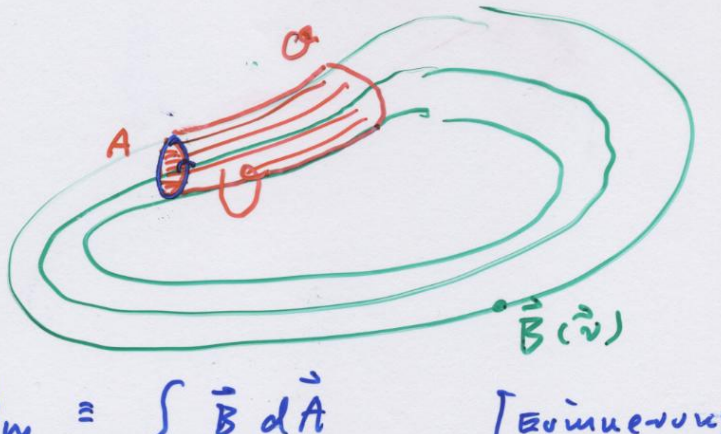
4.2.1. Math. Einschub

Gaußscher Satz: $\int_V \operatorname{div} \vec{E}\, dv = \oint_O \vec{E}\, d\vec{A}$

Stokesscher Satz: $\int_A \operatorname{rot} \vec{B}\, d\vec{A} = \oint_P \vec{B}\, d\vec{l}$

Feynman Lectures

4.2.2. Magnetischer Kraftfluß



a) $\phi_m \equiv \int_A \vec{B}\, d\vec{A}$ [Erinnerung: $\phi_{el} = \int_A \vec{E}\, d\vec{A}$]

$$\oint_O \vec{B}\, d\vec{A} = 0$$

Magn. Feldlinien sind in sich geschlossen

$$= \int_V \operatorname{div} \vec{B}\, dv$$

$$\Rightarrow \underline{\operatorname{div} \vec{B} = 0}$$

b) $\cdot \oint_l \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 \cdot I$

$$= \int \operatorname{rot} \vec{B}\, d\vec{A}$$

$$= \mu_0 \cdot \underbrace{\int \vec{j}\, d\vec{A}}_{I}$$

$$\Rightarrow \underline{\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{j}}$$

Ampersche Gesetz in diff. Form.

4.2.3 Das Vektorpotential

Konservative Kraftfelder: $\vec{E} = -\nabla V$

Potential

Coulombfeld: $\Delta V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$

Hat Quellen und Senken

Funktioniert nicht für das $\vec{B}$-Feld:

$\vec{B} = -\nabla W$, $\Rightarrow \operatorname{rot} \vec{B} = 0$!

stimmt nicht, da B-Feld Wirbel hat.

$\operatorname{div} \vec{B} = 0$

B-Feld hat keine Quellen

Ansatz für Potential des Magnetfeldes:

$\vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A}$

„Vektorpotential"

$\rightarrow$ erfüllt $\operatorname{div} \vec{B} = 0$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V} \frac{\vec{j}(\vec{r}\,')}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|} \, d^3 r'$$