

5. Zeitabhängige elektrische und magnetische Felder

statische Felder beschrieben durch:

$$1. \int_{\mathcal{O}} \vec{E} \, d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$2. \int_{\mathcal{O}} \vec{B} \, d\vec{A} = 0$$

$$3. \oint \vec{E} \, d\vec{s} = 0$$

$$4. \oint \vec{B} \, d\vec{s} = \mu_0 \cdot I$$

5.1 Induktion

Versuch von Faraday: (~1831)

Zeitl. Veränderung eines magn. Flusses durch geschlossenen Leiter induziert Strom.

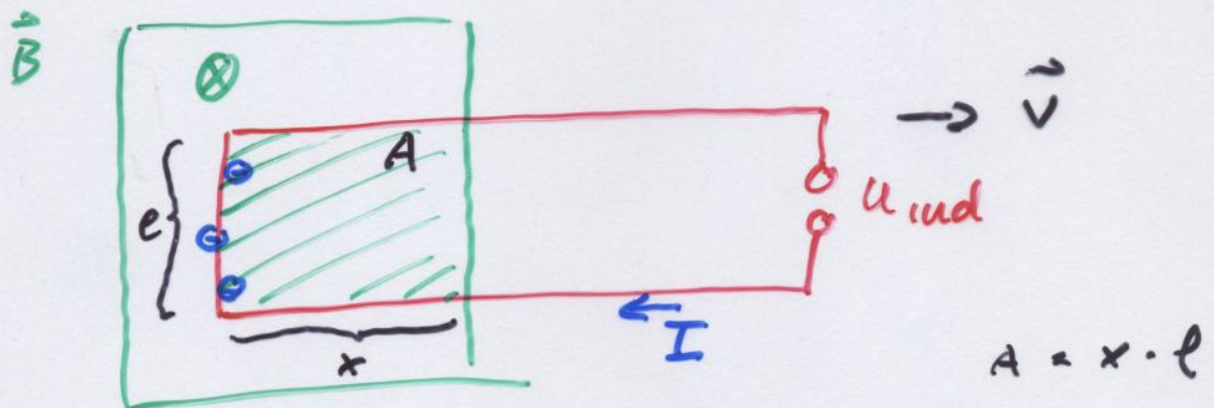
Magn. Fluß: $\Phi_m \equiv \int_A \vec{B} d\vec{A}$

$$U_{\text{ind}} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

$$= \oint \vec{E} d\vec{s}$$

Induktionsgesetz

Lenz'sche Regel: Induktionsspannung erzeugt Strom, dessen magnetische Wirkung der Flußänderung entgegenwirkt:



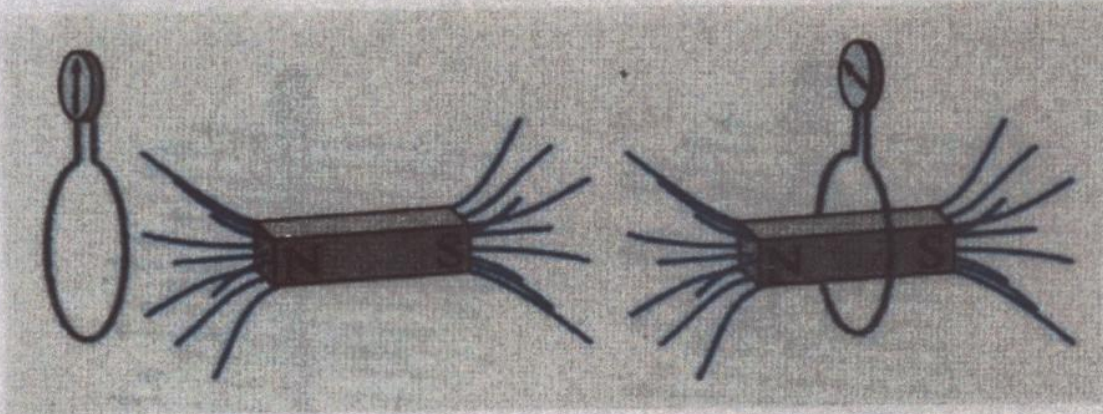
$$\vec{F} = (-e) \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

$$= -e \cdot \vec{E}$$

$$\Rightarrow E = v \cdot B$$

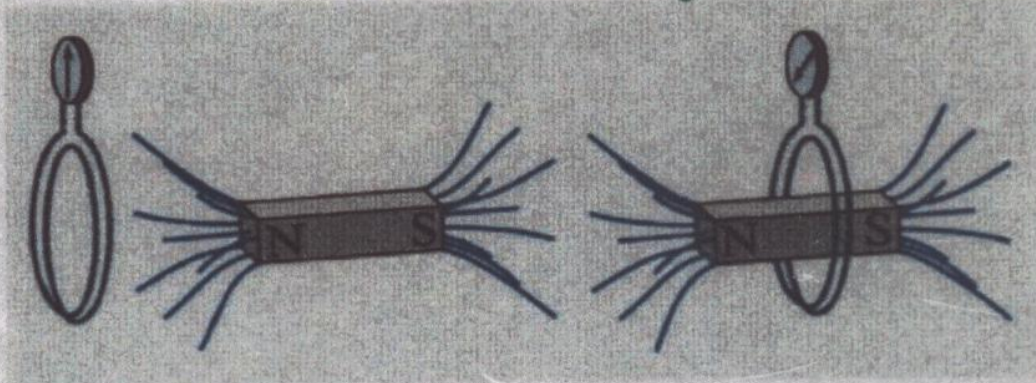
$$U_{\text{ind}} = E \cdot l$$

$$= v \cdot B \cdot l$$



- Abb. 7.32. Schiebt man den Stabmagneten schnell in die **Kreisschlinge**, zeigt das ballistische Galvanometer einen Induktionsstoß an

*träge Bewegung!
Anzeige $\propto \int I dt$, transp.
Gesamtladung*



- Abb. 7.33. In **zwei Windungen** entsteht ein doppelt so großer Ausschlag des ballistischen Galvanometers

Fluß: $\Phi_m = B \cdot A$
 $= B \cdot l \cdot x$

$$\frac{d\Phi_m}{dt} = + B \cdot l \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$= - B \cdot l \cdot v$$

$$= - U_{\text{ind}}$$

} $x(t)$ nimmt ab!

Zusammenfassung:

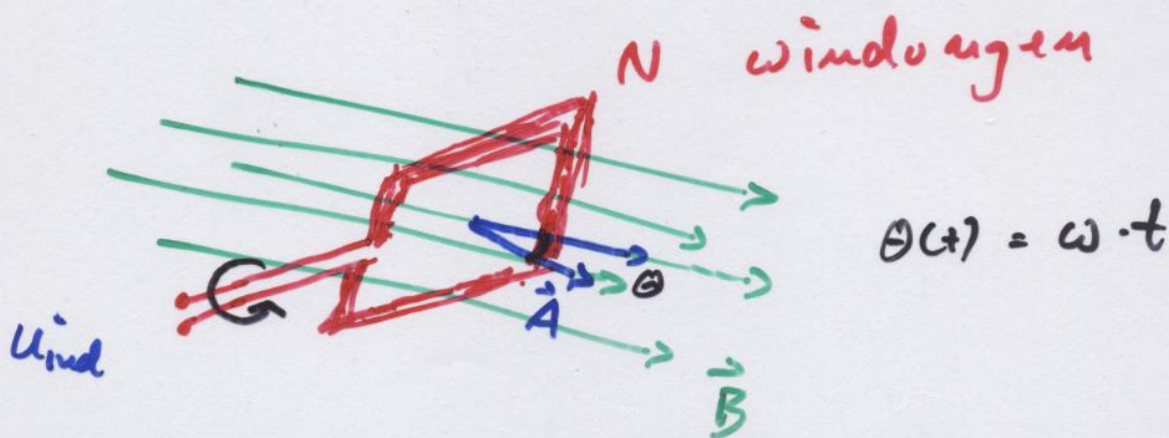
$$U_{\text{ind}} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

; Flußänderung durch:

- Flächenänderungen
- Änderungen der Orientierung zw. \vec{A} und \vec{B}
- zeitl. Änderung von \vec{B}

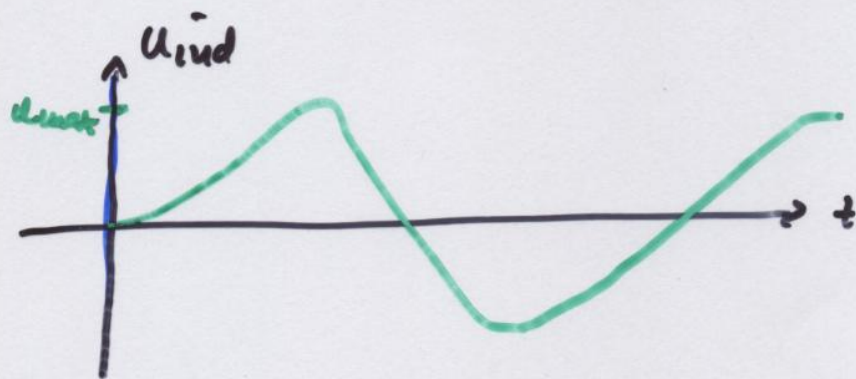
Anwendung:

a) Generatoren

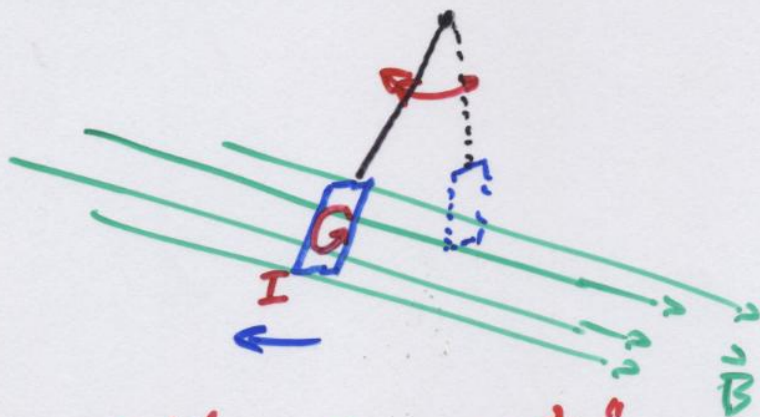


$$\begin{aligned}
 \Phi_{\text{m}}(t) &= N \cdot \vec{B} \cdot \vec{A} \\
 &= N \cdot B \cdot A \cdot \cos \theta \\
 &= N \cdot B \cdot A \cdot \cos \omega t
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow U_{\text{ind}}(t) = + \underbrace{N \cdot B \cdot A \cdot \omega}_{U_{\text{max}}} \cdot \sin \omega t$$



b) Wirbelströme



I : „Eddy current“

Effekt: Abbremsung durch induzierte Wirbelströme, die durch ohmsche Widerstände reduziert werden.

5.1.1 Induktionsgesetz

$$\oint_P \vec{E} d\vec{s} = U_{\text{ind}} = - \frac{d\Phi_{\text{m}}}{dt}$$
$$= - \frac{d}{dt} \int_A \vec{B} d\vec{A}$$

Stokes:

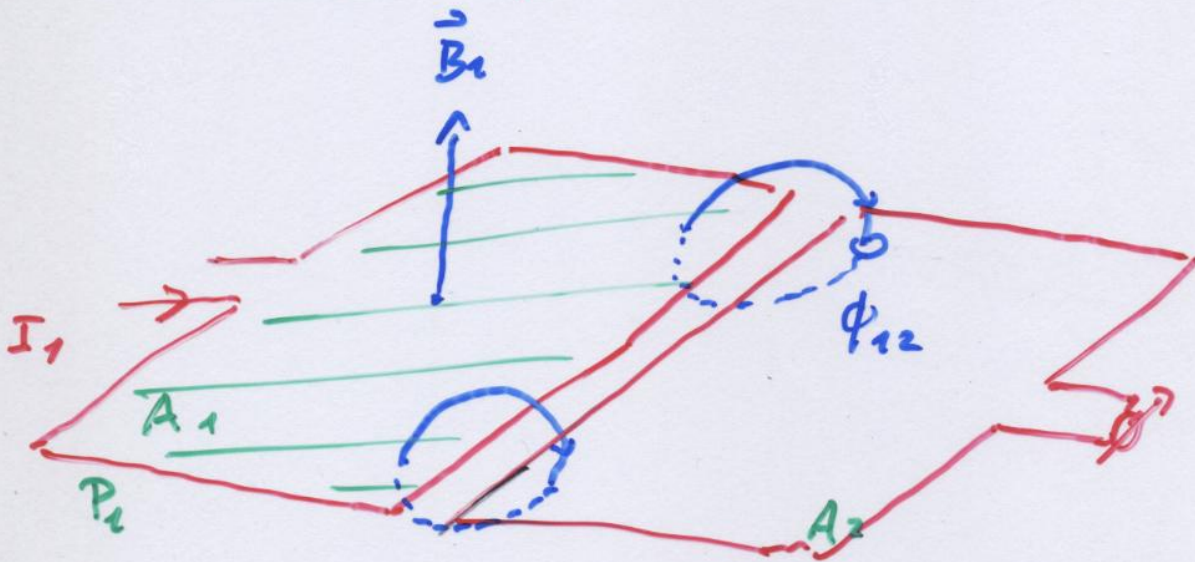
$$\int_A \text{rot } \vec{E} d\vec{A} = \oint_P \vec{E} d\vec{s}$$

$$\Rightarrow \int_A \text{rot } \vec{E} d\vec{A} = - \frac{d}{dt} \int_A \vec{B} d\vec{A}$$

$$\Rightarrow \text{rot } \vec{E} = - \frac{d}{dt} \vec{B}$$

5.1.2 Induktivität

Einfluss eines stromdurchflossenen Schleife auf eine zweite:



$$\begin{aligned} \text{Fluß} = \Phi_{12} &= \int_{A_2} \vec{B}_1 d\vec{A} \quad \sim I_1 \\ &= L_{12} I_1 \\ &\text{Induktivität} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [L] &= 1 \text{ H (Henry)} = 1 \frac{\text{Tm}^2}{\text{A}} \\ &= 1 \frac{\text{Vs}}{\text{A}} \end{aligned}$$

Berechnung von L :

$$\text{Mit } \Phi_{12} = \int_{A_2} \vec{B}_1 dA$$

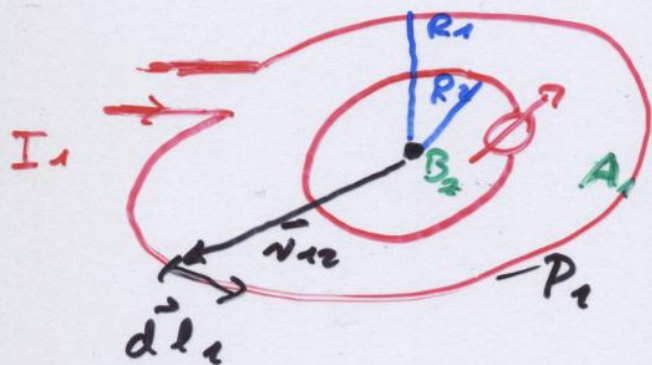
$$= \int_{A_2} \left(\int_{P_1} \mu_0 \frac{I_1 d\vec{l}_1 \times \vec{r}_{12}}{4\pi r_{12}^3} \right) d\vec{A}$$

↑
Biot-Savart

$$L_{12} = \int_{A_2} \int_{P_1} \mu_0 \frac{d\vec{l}_1 \times \vec{r}_{12}}{4\pi r_{12}^3} d\vec{A}$$

Beispiele

a) 2 konzentrische Leiterkreise



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I_1 d\vec{l}_1 \times \vec{r}_{12}}{4\pi r_{12}^3}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \cdot \frac{2\pi R_1^2}{R_1^3}$$

$$= \frac{\mu_0}{2} \frac{I_1}{R_1}$$

Für

$$R_1 \gg R_2$$

$$\Phi_{12} \approx B_e \cdot A_2$$

$$= \frac{\mu_0}{2} \frac{I_1}{R_1} \cdot \pi R_2^2$$

$$\Rightarrow \underline{L_{12} = \frac{\pi}{2} \mu_0 \frac{R_2^2}{R_1}}$$