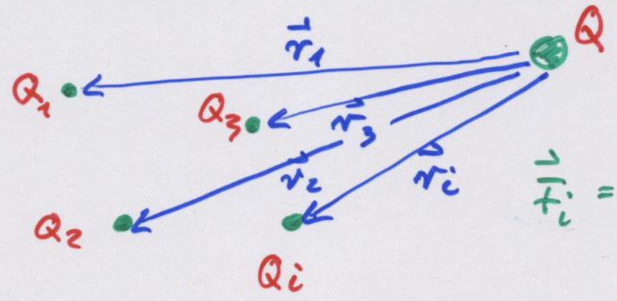
2.1.2 Kräfte verteilter Ladungen

a) Einzelne Ladungen

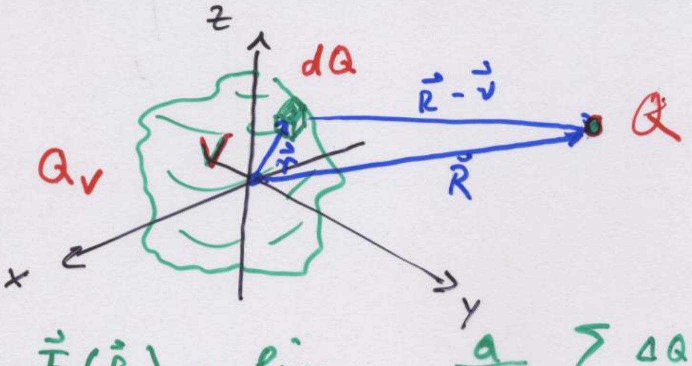


$$\vec{F}_i = \frac{1}{4\varepsilon_0\pi} \frac{Q_i Q}{\vec{r}_i^{\,2}} \frac{\vec{r}_i}{|\vec{r}_i|}$$

$$\vec{F}_{tot} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} \frac{Q_i}{r_i^3} \vec{r}_i$$

{Coulombgesetz / Superpositionspr.}

b) kontinuierliche Ladungverteilungen



$$\vec{F}(\vec{R}) = \lim_{\Delta Q_i \to 0} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \sum \Delta Q_i \cdot \frac{\vec{R} - \vec{r}_i}{|\vec{R} - \vec{r}_i|^3}$$

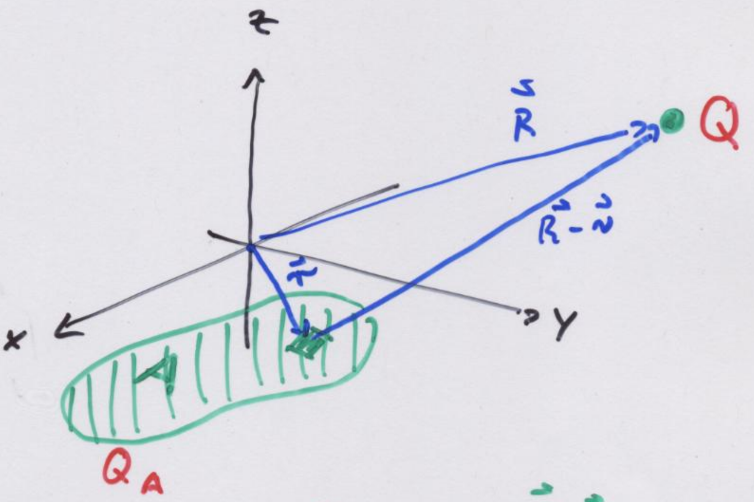
$$\rho = \frac{dQ}{dV} \qquad = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \int_V \frac{\vec{R} - \vec{r}}{|\vec{R} - \vec{r}|^3} \rho(\vec{r})\, d^3r$$

Auch: $$Q_V = \int_V \rho \, dV$$
$$= \int_V \rho(\vec{r}) \, d^3 r$$

Sonderfälle:

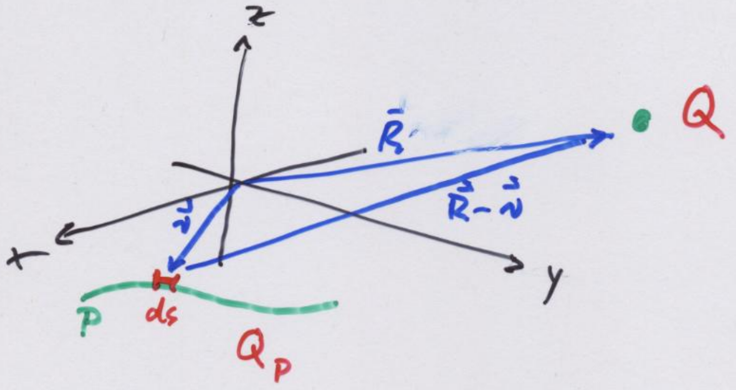
- Kraft von einer Flächenladung

Flächenladungsdichte $\sigma = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta A} = \frac{dQ}{dA}$



$$\vec{F}(\vec{R}) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \int_A \sigma(\vec{r}) \frac{\vec{R}-\vec{r}}{|\vec{R}-\vec{r}|^3} \, d^2 r$$

- Kraft von einer linienförmigen Ladungsverteilung



$$\vec{F}(\vec{R}) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \int_P \frac{\vec{R}-\vec{r}}{|\vec{R}-\vec{r}|^3} \lambda(\vec{r})\, ds$$

Linienladungsdichte $\lambda = \frac{dQ_P}{ds}$

2.1.3 Das Elektrische Feld

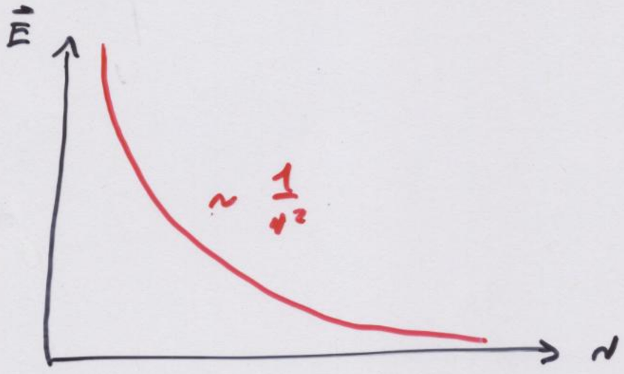
$$\vec{E}(\vec{r}) \equiv \frac{\vec{F}(\vec{r})}{Q}$$

El. Feld: Eigenschaft einer Ladungsquelle, auf eine Probeladung Q die Kraft $\vec{F}$ auszuüben

$$[E] = \frac{N}{C} = \frac{V}{m}$$

speziell für Punktladung

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_1}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$



Beispiele: Interplanetarischer Raum:

$$E \sim 10^{-3} \, \frac{V}{m}$$

Zündung bei trockener Luft

$$E \sim 3 \cdot 10^{6} \, \frac{V}{m}$$

Van der Graaf-Generatoren

$$\sim 10^{6} \, \frac{V}{m}$$

Atom  $10^{9} \, \frac{V}{m}$

Atomkerne $5 \cdot 10^{20} \, \frac{V}{m}$

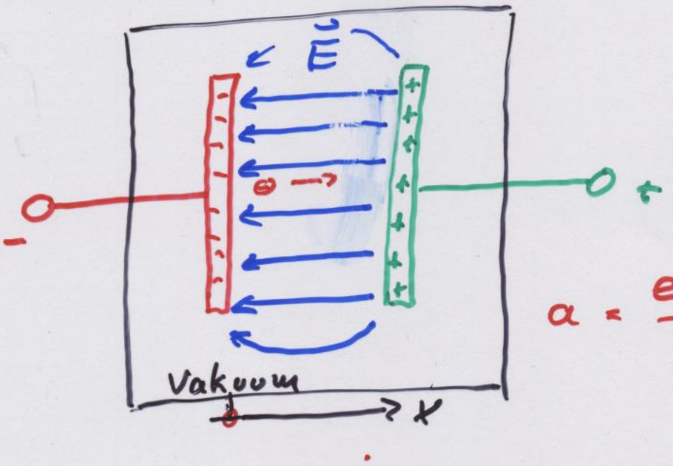
2.1.4 Bewegung von Ladungen im elektrischen Feld

Newton $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$

Mit $\vec{F} = q\vec{E} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q \cdot \vec{E}}{m}$

Beispiel: Beschleunigung eines Elektrons im homogenen Feld $\vec{E}$

a) Bewegung $\parallel$ zu $\vec{E}$

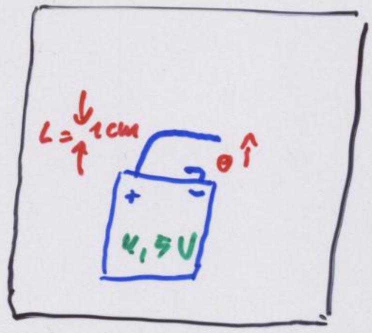


$a = \frac{e \cdot E}{m_{e^-}}$

$v(t) = \frac{e \cdot E}{m_{e^-}} \cdot t$

$x(t) = \frac{e \cdot E}{m_e} \frac{1}{2} t^2$

Beispiel: Beschleunigen mit Taschenlampenbatterie



$$E = \frac{4{,}5\,V}{1\,cm} = \frac{450\,V}{m}$$

Beschleunigung eines Protons:

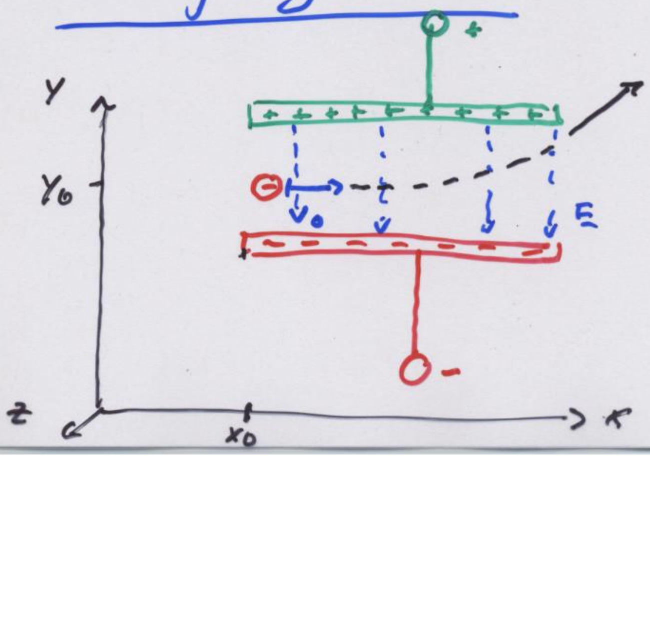
$$v = \sqrt{2\,\frac{e \cdot E}{m}\,L}$$

$$= 3 \cdot 10^4\,\frac{m}{s}$$

Elektron:

$$v = 1{,}5 \cdot 10^6\,\frac{m}{s}$$

6. Bewegung $\perp \vec{E}$



$$\vec{a} = \frac{(-e)\cdot\vec{E}}{m} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{eE}{m} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} v_0 \\ \frac{e\cdot E}{m} t \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} v_0 t + x_0 \\ \frac{1}{2}\frac{eE}{m} t^2 + y_0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ Bahn ist eine Parabel $y = \frac{e\cdot E}{2m v_0^2} x^2$