

PHYSIKALISCHES INSTITUT

FAKULTÄT FÜR PHYSIK

KARLSRUHER INSTITUT FÜR TECHNOLOGIE

# Tomographie und Kontrolle von Phasenqubits

Diplomarbeit

von

**Piotr Skwierawski**

22. Dezember 2010

Referent: **Prof. Dr. A.V. Ustinov**  
Korreferent: **Prof. Dr. B. Pilawa**  
Betreuer: Dr. Jürgen Lisenfeld



# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>1 Das Phasenqubit</b>	<b>3</b>
1.1 Die Josephson Gleichungen . . . . .	3
1.2 Das RCSJ-Model . . . . .	3
1.3 Das Fluss-gesteuerte Phasenqubit . . . . .	5
1.4 Das Auslesen . . . . .	5
<b>2 Der experimentelle Aufbau und die Eichung</b>	<b>9</b>
2.1 Die Kontrollsequenz . . . . .	9
2.2 Der Aufbau der Mikrowellenkontrolle . . . . .	10
2.2.1 Der Frequenzgenerator . . . . .	11
2.2.2 Der Mixer . . . . .	11
2.2.3 Der IQ-Mixer . . . . .	12
2.2.4 Der Arbiträrgenerator . . . . .	12
2.2.5 Der DC-Pulsgenerator . . . . .	13
2.2.6 Der Leistungsteiler . . . . .	13
2.3 Die Eichung . . . . .	13
2.3.1 Die Frequenzverstimmung . . . . .	13
2.3.2 Der ideale IQ-Mixer: . . . . .	14
2.3.3 Der vereinfachte Mixer: . . . . .	14
2.3.4 Der reale Mixer: . . . . .	15
2.4 Die CS-Eichung . . . . .	17
2.5 Die Erzeugung von mehren Mikrowellen durch CS-Eichung . . . . .	19
2.6 Der Ausblick . . . . .	20
<b>3 Die Rotationen</b>	<b>21</b>
3.1 Die Blochsphäre . . . . .	22
3.2 Die Rotation um die Z-Achse . . . . .	23
3.3 Die Rotation um die X-Achse . . . . .	24
3.4 Die standardmäßige Konvention . . . . .	26
3.5 Die X-Z-Rotationen . . . . .	26
3.6 Die [X,Y],Z-Rotationen . . . . .	27
3.7 Die Eichrotation . . . . .	28
3.8 Die verstimmte Rotation . . . . .	30
3.9 Die pseudo-verstimmte Rotation . . . . .	32
<b>4 Die Tomographie</b>	<b>35</b>
4.1 Das Interpretieren von Wahrscheinlichkeiten . . . . .	35
4.2 Die X-Y-Tomographie . . . . .	37
4.3 Die radiale Tomographie . . . . .	39

4.4	Die Standard-Methode . . . . .	41
4.5	Die QSR-Methode . . . . .	43
4.6	Der Ausblick . . . . .	47
<b>5</b>	<b>Die Messungen</b>	<b>49</b>
5.1	Die grafische Darstellung am Beispiel einer Rabi-Oszillation . . . . .	49
5.2	Die Schatten-Oszillation . . . . .	50
5.3	Die Rabi-Oszillation . . . . .	54
5.4	Die Verstimmung (z-Rotation) . . . . .	55
5.5	Die verstimmte Rabi-Oszillation (schiefe Rotation) . . . . .	57
5.6	Die pseudo-verstimmte Rotation . . . . .	58
5.7	Die TLF-Tomographie . . . . .	59
<b>6</b>	<b>Die Fehleranalyse</b>	<b>61</b>
6.1	Die Probleme von schnellen DC-Pulsen . . . . .	61
6.1.1	Die Probleme von schnellen DC-Pulsen am Oszilloskop . . . . .	61
6.1.2	Die Einflüsse eines DC-Pulses auf das Qubit . . . . .	63
6.2	Die Probleme beim Einsatz von Mikrowellen . . . . .	63
6.2.1	Die Reflektionen zwischen Mikrowellenpulsen am Beispiel der CS-Eichung	64
6.2.2	Das Lecken des IQ-Mixers . . . . .	65
6.2.3	Das Rauschen . . . . .	65
6.2.4	Die Zeitentwicklung der Eichung . . . . .	66
6.3	Die Einflüsse der TLFs . . . . .	66
6.4	Die Qualität der CS-Eichung am Qubit . . . . .	68
6.4.1	Die Verifikation der CS-Eichung anhand von phasengesteuerten Mikro- wellenpulsen . . . . .	69
6.4.2	Die Qualität einer verstimmten Mikrowelle . . . . .	70
	<b>Zusammenfassung</b>	<b>73</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>75</b>

# Einleitung

Seit Richard Feynmann den Quantencomputer vorgeschlagen hat, haben Physiker verschiedene Techniken untersucht, um diesen zu bauen. Die elementaren Bauteile des Quantencomputers heißen Qubits (Quanten-Bits), analog zu Bits des klassischen Computers. Es gibt unterschiedliche Realisierungsmöglichkeiten für die Qubits, die stetig verbessert werden. Nicht nur durch die Verbesserung der Qubitdesigns werden Fortschritte erzielt, sondern auch durch neue Methoden der Kontrolle und intelligente Software. Denn dort, wo die technische Realisierbarkeit an ihre Grenzen stößt, können bessere Methoden diese erweitern. In dieser Diplomarbeit werden keine quantenmechanischen Theorien bewiesen oder Messungen überprüft, sondern Werkzeuge zum Arbeiten mit Qubits geschaffen. Diese Werkzeuge werden für die verbesserte Kontrolle und das schnellere Auslesen von Phasenqubits entwickelt, sie können aber auch für alle anderen Mikrowellen-gesteuerte Qubits, wie z.B. dem Flussqubit, verwendet werden.

In der Wissenschaft ist es möglich, ein Ziel auf unterschiedlichen Wegen zu erreichen. Feuer wird hergestellt, indem Holz aneinander gerieben oder ein Feuerzeug benutzt wird. Der technische Aufwand bei der Herstellung eines Feuerzeugs ist höher, doch übertreffen die Automatisierung und Qualität des Feuerzeugs die konkurrierende Methode. Beim Kontrollieren und Messen von Qubits ist dies ähnlich. Mit Hilfe eines Mikrowellengenerators und einer kontrollierten Spannungsquelle ist es möglich, alle Arten von Operationen am Qubit durchzuführen. Allerdings ist dies sehr zeitraubend und umständlich und wird deshalb nur selten durchgeführt. Eine wesentlich effizientere Methode ist die Kontrolle mit einem IQ-Mixer. Ein IQ-Mixer ist eine Hochfrequenzkomponente, mit deren Hilfe die Phase einer Mikrowelle manipuliert werden kann. Durch eine Phasenmanipulation der Mikrowelle wird eine erweiterte Kontrolle des Qubits möglich. Leider besitzen Hochfrequenzkomponenten äußerst schwerwiegende, systematische Fehler, die eine exakte Kontrolle von Qubits unmöglich machen. Dadurch werden Qubitoperationen ungenau oder unmöglich. Das erste Ziel dieser Diplomarbeit wird sein, Methoden der Mikrowellenmanipulation zu vergleichen, um eine optimale Kontrolle des Qubits zu gewährleisten.

Wurde eine quantenmechanische Operation durchgeführt, ist es notwendig herauszufinden, wie genau diese Operation durchgeführt wurde. Um eine Operation zu evaluieren ist es unumgänglich, quantenmechanische Zustände zu messen. Leider ist es nicht möglich, einen vollständigen quantenmechanischen Zustand zu messen, dies verbieten die Postulate der Quantenmechanik. Um trotzdem den Zustand abzuschätzen, ist es notwendig, Projektionen des Zustands wiederholt zu messen und Erwartungswerte zu bilden. Solch ein Verfahren wird Tomographie genannt, wobei es unterschiedliche Methoden gibt, eine Tomographie an einem Qubit durchzuführen. In dieser Arbeit werden die unterschiedlichen Methoden miteinander verglichen und dann anschließend mit der besten Methode Qubitoperationen vermessen.

## Der Überblick

Im ersten Kapitel wird ein sehr grober Überblick über die Physik des Phasenqubits gegeben.

Das zweite Kapitel zeigt zunächst, wie das Phasenqubit angesteuert wird. Dann befasst es sich mit den technischen Komponenten, die zum Steuern des Qubits benötigt werden. Anschließend werden die Verfahren zur Mikrowellen-Kontrolle vorgestellt.

Im dritten Kapitel wird die Blochsphäre und unterschiedliche Rotationen des Blochvektors in der Sphäre beschrieben. Die Rotation des Blochvektors ist ein Synonym zur Kontrolle des Qubits.

Im vierten Kapitel werden nach einer kurzen Einführung zum Messen von Qubits vier unterschiedliche Verfahren zur Tomographie des Qubits vorgestellt.

Im fünften Kapitel werden die Messungen am Qubit selbst vorgeführt.

Das sechste Kapitel befasst sich mit diversen Fehlern, die während des Präparierens und der Messung aufgetaucht sind.

# Kapitel 1

## Das Phasenqubit

In diesem Kapitel wird die Funktionsweise eines Phasenqubits kurz wiederholt. Es setzt das grundlegende Verständnis von Phasenqubits voraus, das im Buch „**Experiments on Superconducting Josephson Phase Quantum Bits**“ von Jürgen Lisenfeld beschrieben wird.

### 1.1 Die Josephson Gleichungen

Die zwei wichtigsten Gleichungen eines Phasenqubits sind die beiden Josephson-Gleichungen, die Brian D. Josephson [Jos62] entwickelt hat. Sie sind dazu da, die quantenmechanische Phase  $\varphi$  über einem Josephson-Kontakt durch den Kontakt fließenden Strom  $I$  und die Spannung  $V$  zu beschreiben:

$$I = I_c \sin \varphi \quad (1.1)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2eV}{\hbar} = \frac{2\pi V}{\Phi_0} \quad (1.2)$$

$$I_c : \text{kritischer Strom} \quad (1.3)$$

$$\Phi_0 = \frac{h}{2e} : \text{Fluss Quantum} \quad (1.4)$$

### 1.2 Das RCSJ-Model

Die Dynamik der Josephson Phase kann nach Steward [Ste68] und [McC68] am Modell eines resistiv und kapazitiv kurzgeschlossenen Josephson-Kontakts hergeleitet werden. Dies wird durch einen ohmschen Widerstand  $R$  und Kapazität  $C$  dargestellt (Abb. 1.1). Nach der Kirchhoffschen Knotenregel kann man den Strom als Summe der Ströme aller Pfade darstellen, mit Hilfe der Josephson-Gleichungen ergibt sich dann:

$$I = I_c \sin \varphi + \frac{V}{R} + C \frac{dV}{dt} \quad (1.5)$$

$$= I_c \sin \varphi + \frac{1}{R} \frac{\hbar}{2e} \dot{\varphi} + C \frac{\hbar}{2e} \ddot{\varphi} \quad (1.6)$$

Aus dieser Gleichung kann man nun das Potential  $U(\varphi)$  herleiten zu:

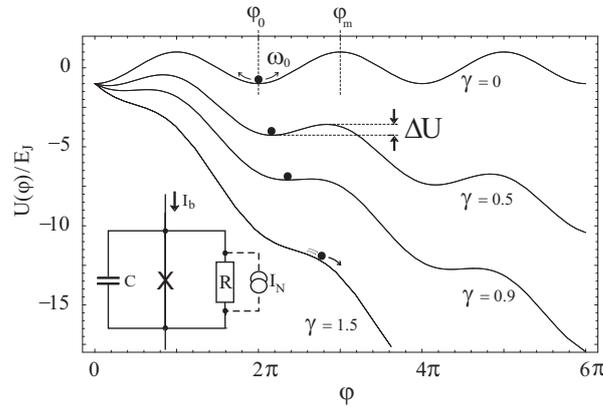
$$U(\varphi) = E_J (-\cos \varphi - \gamma \varphi) \quad (1.7)$$

$$E_J = \frac{I_c \Phi_0}{2\pi} : \text{Josephson-Energie} \quad (1.8)$$

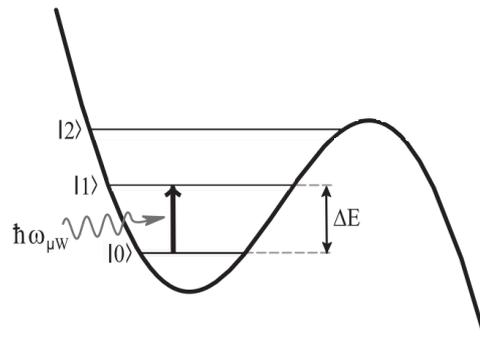
$$\gamma = \frac{I}{I_c} : \text{normalisierter Versorgungsstrom} \quad (1.9)$$

Daraus erhält man das so genannte Waschbrett-Potential (Abb. 1.1). Das Potential ist eine Kosinusfunktion mit einem Gefälle proportional zu  $\gamma$ . Für  $\gamma > 1$  ist die Funktion streng monoton fallend. Die Phase, dargestellt als virtuelles Teilchen, entwickelt sich zeitlich. Für  $\gamma < 1$  existieren unendlich viele Minima, in denen sich die Phase fangen kann. Dadurch entwickelt sich die Phase im zeitlichen Mittel nicht mehr, das System stellt nun einen anharmonischen Oszillator mit diskreten Zuständen dar (Abb. 1.2). Die Höhe der Potentialbarriere  $\Delta U$  beträgt dabei:

$$\Delta U \approx E_J \frac{4\sqrt{2}}{3} (1 - \gamma)^{3/2} \quad (1.10)$$



**Abb. 1.1:** Eingezeichnet sind unterschiedliche Waschbrettpotentiale für unterschiedliche Werte von  $\gamma$ . Links unten ist die RCSJ-Schaltung schematisch dargestellt. Der Josephson-Kontakt ist symbolisiert durch ein **X** und eine Stromfluktuation ist schematisch durch die gestrichelt verbundene Stromquelle  $I_n$  angeschlossen.

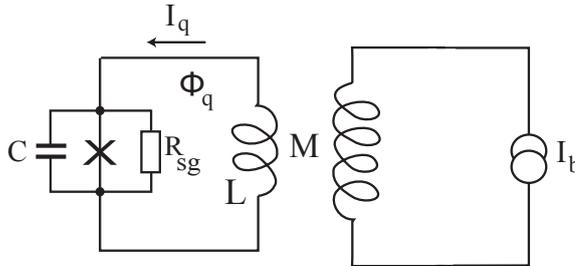


**Abb. 1.2:** Anharmonisches Oszillatorpotential. Durch eine resonante Mikrowelle der Energie  $\Delta E$  kann der erste Zustand angeregt werden. Durch die starke Anharmonizität wird verhindert, dass der zweite Zustand mit angeregt wird.

Die Anharmonizität des Potentials ist sehr wichtig, damit die Energiedifferenz zwischen benachbarten Zuständen möglichst groß ist. Je größer sie ist, desto kleiner ist die Wahrscheinlichkeit, dass ungewollt höhere Zustände angeregt werden.

### 1.3 Das Fluss-gesteuerte Phasenqubit

Das Fluss-gesteuerte Phasenqubit ist nach dem Konzept von Simmonds [SLH<sup>+</sup>04] ein Josephson-Kontakt, welcher in einer supraleitenden Schleife mit der Induktivität  $L$  kurzgeschlossen ist. Versorgt wird das Phasenqubit durch eine stromdurchflossene externe Spule, die induktiv über die Gegeninduktivität  $M$  angekoppelt ist (Abb. 1.3).



**Abb. 1.3:** Schema eines flussgesteuerten Phasenqubits. Das RCSJ-Modell ist in einer supraleitende Spule eingebettet. Das Qubit wird induktiv durch eine Stromquelle versorgt.

Der Wert der Josephsonphase im Phasenqubit ist wegen der Flußquantisierung vom angelegten externen Fluss  $\phi_q$  abhängig:

$$\varphi + \frac{2\pi\Phi_q}{\Phi_0} = 2\pi n \quad (1.11)$$

$$n : \text{ ganzzahlige Zahl} \quad (1.12)$$

$$\Phi_q = \Phi_{ext} + LI_q : \text{ totaler Fluss im rf-Squid} \quad (1.13)$$

$$\Phi_{ext} : \text{ externer Fluss} \quad (1.14)$$

Mit den Gleichungen 1.1, 1.7 und 1.11 erhält man die Gleichung für das Potential des Phasenqubits:

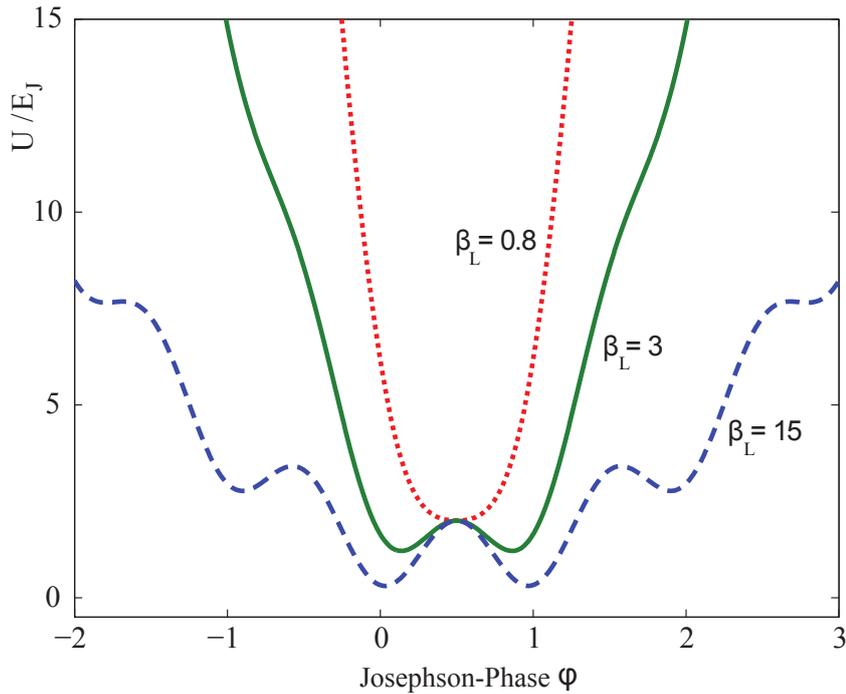
$$U(\varphi) = E_J \left[ 1 - \cos \varphi + \frac{(\varphi - 2\pi\Phi_{ext}/\Phi_0)^2}{2\beta_L} \right] \quad (1.15)$$

$$\beta_L \equiv 2\pi LI_c/\Phi_0 \quad (1.16)$$

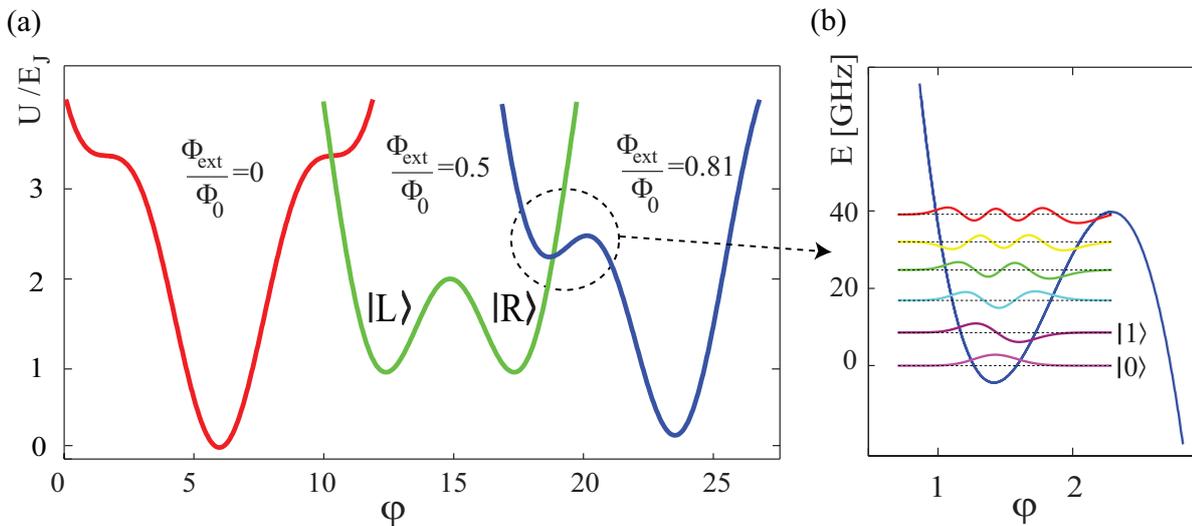
Damit Abb. 1.7 als Phasenqubit operieren kann, muss die Induktivität und der kritische Strom so dimensioniert sein, dass gilt  $1 < \beta_L < 4.6$ . Ist dieses Kriterium erfüllt, so besitzt das Potential meistens zwei Minima, mit der Ausnahme für einen Fluss nahe Null, dann besitzt es nur ein Minimum (Abb. 1.4). Der Betrieb des Phasenqubits wird im Kapitel 2 erklärt.

### 1.4 Das Auslesen

Das Auslesen des Phasenqubits wird mit Hilfe eines dc-SQUIDS gemacht, nach dem Konzept von Fulton ([FDD72]). Ein dc-SQUID besteht aus zwei Josephson-Kontakten, die durch eine



**Abb. 1.4:** Potential eines flussgesteuerten Phasenqubits bei unterschiedlichen  $\beta_L$  für einen externen magnetischen Fluss von  $\Phi_{ext} = \Phi_0/2$ .



**Abb. 1.5:** (a) Potential für verschiedene externe Felder (Jede Kurve ist um  $\varphi = 6$ , verschoben um die Deutlichkeit zu erhöhen). (b) Vergrößerung der flachen Potentialmulde zur Darstellung der einzelnen diskreten Zustände.

supraleitende Spule miteinander verbunden sind (Abb.1.6).

Das dc-SQUID hat die Eigenschaft, dass der kritische Strom  $I_{c,sq}$  sehr stark vom magnetischen Feld  $\Phi_{sq}$  innerhalb der Spule abhängt:

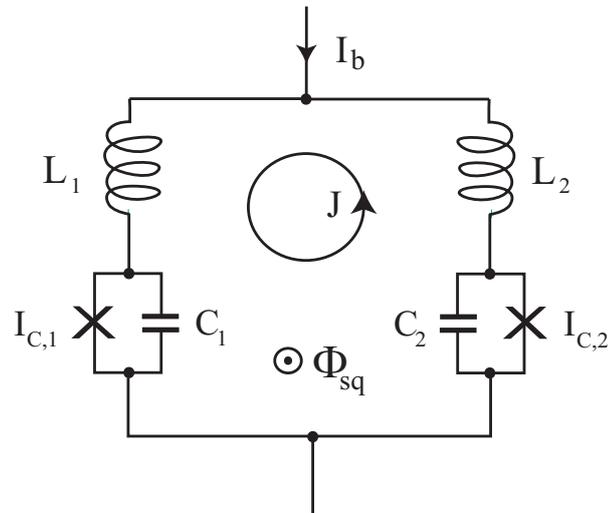


Abb. 1.6: Schematischer Aufbau eines dc-SQUIDS.

$$I_{c,sq} = 2I_0 \cdot \left| \cos \left( \pi \frac{\Phi_{sq}}{\Phi_0} \right) \right| \quad (1.17)$$

In Abb. 1.5 erkennt man, dass das Phasenqubit-Potential für  $\Phi_{ext}/\Phi_0 = 0.5$  die Form einer Doppelmulde annimmt. Das bedeutet, dass die Phase  $\varphi$  zwei unterschiedliche stabile Werte annehmen kann. Nach Gl. 1.1 bedeutet eine unterschiedliche Phase einen unterschiedlichen Strom und ein unterschiedlicher Strom erzeugt ein unterschiedliches Magnetfeld. Dieses Magnetfeld koppelt nun induktiv an das dc-SQUID (Abb. 1.7) und verändert nach Gl. 1.17 den Betrag des kritischen Stroms. Der kritische Strom lässt sich relativ einfach bestimmen, indem man den Versorgungsstrom des dc-SQUIDS erhöht, bis eine Spannung über dem SQUID detektiert wird.

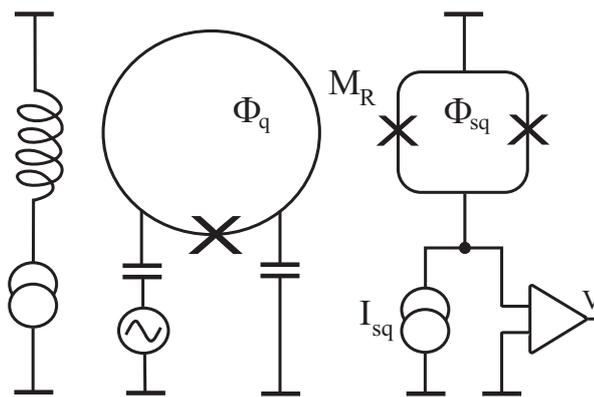


Abb. 1.7: Schematischer Aufbau eines Phasenqubits. Die Spule links im Bild versorgt das Qubit mit dem Fluss  $\Phi_{ext}$ . Die Qubitschleife ist für eine resonante Qubitkontrolle kapazitiv mit einem Mikrowellengenerator verbunden. Das dc-SQUID ist induktiv mit der Gegeninduktivität  $M_R$  an die Qubitschleife gekoppelt.



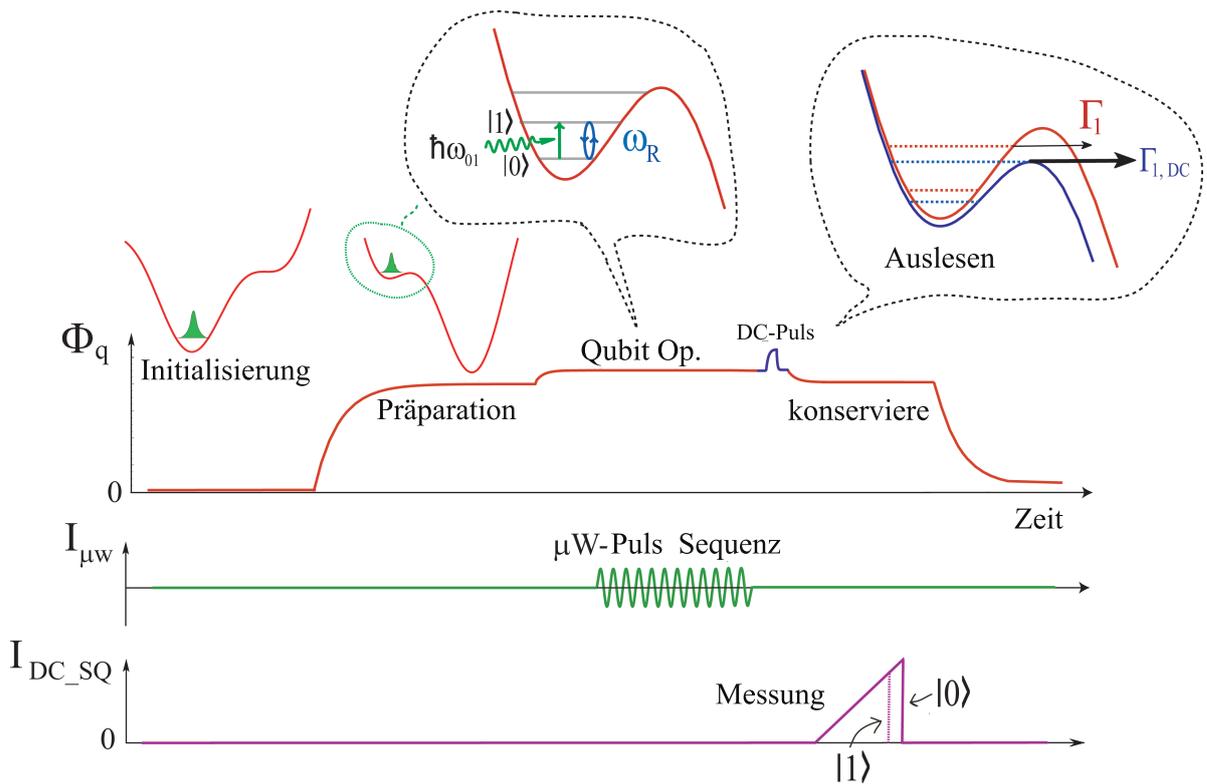
# Kapitel 2

## Der experimentelle Aufbau und die Eichung

Dieses Kapitel beschreibt zunächst den Messaufbau, um die Kontrolle am Qubit zu realisieren. Danach werden drei Möglichkeiten vorgestellt, wie man Softwaremässig eine effiziente Qubit-Kontrolle realisieren kann. Besonderes Augenmerk liegt dabei auf der CS-Eichung („Cranky Sine“), mit welcher alle Messungen am Qubit durchgeführt wurden.

### 2.1 Die Kontrollsequenz

Bevor überhaupt das Phasenqubit als Qubit einsetzbar ist, müssen einige Operationen, eine Sequenz aus DC- und Mikrowellenpulsen durchgeführt werden. In Abb. 2.1 ist die notwendige Prozedur gezeigt, um das Phasenqubit in einen betriebsfähigen Zustand zu versetzen.



**Abb. 2.1:** Sequenz aus unterschiedlichen Pulsen, um das Phasenqubit zu präparieren und zu steuern. Oben: Magnetischer Fluss  $\phi_q$  angewendet auf das Qubit. Mitte: Beliebige Mikrowellensequenz. Unten: Versorgungsstrom zum Auslesen des Qubits.

1. **Initialisierung:** Das Initialisieren eines Qubits ist analog zum Löschen des aktuellen Zustands. Dabei wird der magnetische Fluß am Qubit auf Null gesetzt. Dies hat zur Folge, dass alle lokalen Minima des Qubitpotentials verschwinden und nur ein globales Minimum übrig bleibt (siehe Kapitel 1). Nach genügend langer Zeit, die viel größer als die Zerfallszeit des Qubits ist (die Zeit die das Qubit braucht, damit nur noch mit  $1/e$  der Wahrscheinlichkeit das Qubit angeregt ist), zerfällt der Zustand des Qubits in den Grundzustand des globalen Minimums.
2. **Präparation:** Ein externes magnetisches Feld  $\Phi_q$  wird am Qubit angelegt. Ist der Betrag nur wenig geringer als der des magnetischen Flußquants  $\Phi_0$ , so hat dies zur Folge, dass die Phase in einer sehr flachen Potentialmulde gefangen wird. Die Tiefe der Mulde wird so gewählt, dass der erste Zustand nur mit niedriger Wahrscheinlichkeit heraustunneln kann, aber auch flach genug, damit die notwendige Anharmonizität bestehen bleibt.
3. **Qubit-Operation:** Hier werden mit Hilfe von Mikrowellen und DC-Pulsen logische Qubit-Operationen durchgeführt. Die genaue Beschreibung der Qubit-Operationen befindet sich im Kapitel 3.
4. **Qubit-Messung:** Durch einen im Vergleich zu Qubit-Operationen sehr kurzen, (circa 2ns), aber hohen DC-Puls, wird für kurze Zeit die Potentialbarriere so stark erniedrigt, dass angeregte Zustände mit hoher Wahrscheinlichkeit tunneln ( $\Gamma_1 > \Gamma_{1,DC}$ ), Grundzustände dagegen nicht. Mit dieser Methode kann man die Eigenzustände theoretisch mit fast 100% Genauigkeit bestimmen. Die Phase des Qubits befindet sich danach je nach ursprünglichem Zustand im linken oder rechtem Potentialminimum. Die 100% werden praktisch aber nie erreicht, in den Messungen an den Qubits, habe ich nur Genauigkeiten zwischen 50% und 60% erreicht. Deshalb steht an echten Messungen an der y-Achse immer nur  $P_{Tunnelwahrscheinlichkeit}$  und nicht  $P_{|1\rangle}$ .
5. **Zustands-Messung:** Zunächst erhöht man die Potentialbarriere, um ein weiteres Tunneln zu verhindern. Dann wird eine Stromrampe auf ein induktiv angekoppeltes DC-Squid angelegt. Dies hat zur Folge, dass je nachdem ob die Phase des Qubits im linken oder rechtem Potential ist, sich der kritische Strom ändert. Hieraus lässt sich der ursprüngliche Eigenzustand des Qubits bestimmen.

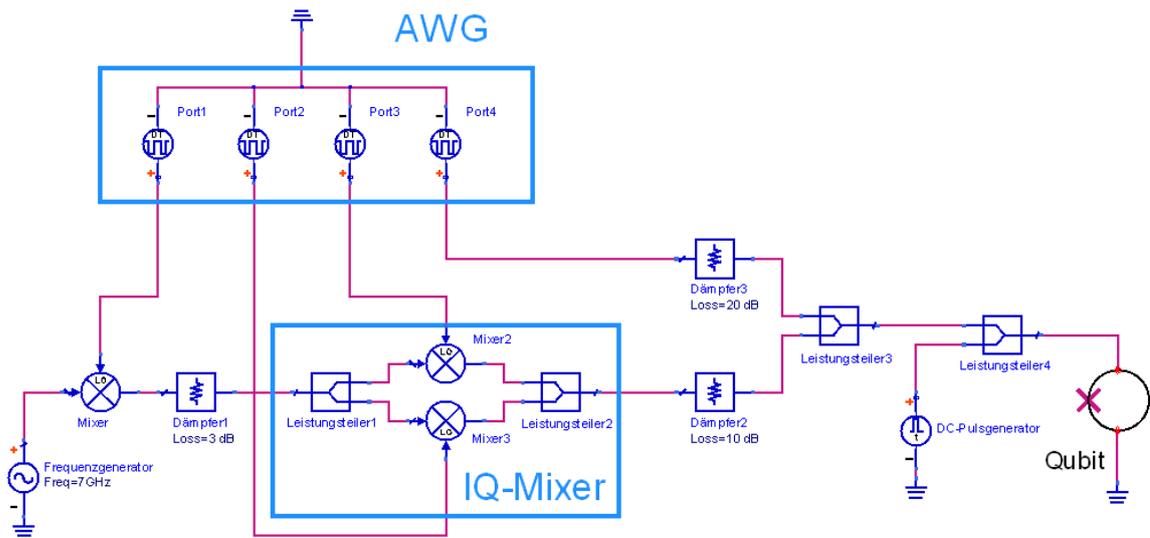
## 2.2 Der Aufbau der Mikrowellenkontrolle

Kernstück einer Mikrowellenkontrolle ist ein IQ-Mixer, der von einem Arbiträrgenerator (AWG) kontrolliert wird Abb. (2.2). Dieses Konzept verwendet schon Steffen [SAM<sup>+</sup>06] zum Tomographieren beliebiger Zustände. Trotz des ähnlichen Aufbaus verwende ich andere Methoden, um das System zu kalibrieren. Neben diesen beiden Hauptkomponenten gibt es einige andere, auch diese müssen betrachtet werden, um unterschiedliche Fehler zu verstehen. Eine genaue Analyse der Fehler befindet sich in Kapitel 6.

### Komponenten:

**Frequenzgenerator:** Generator für Mikrowellen

**Dämpfer1, 2, 3:** Dämpfer zur Unterdrückung von Reflektionen, verursacht durch Fehlanpassung der einzelnen Komponenten



**Abb. 2.2:** Schematischer Aufbau des Mikrowellensteuermoduls, inklusive Kopplung mit der DC-Pulsquelle

**Mixer** Signalmultiplizierer zum Ein- und Ausschalten der Mikrowelle

**IQ-Mixer:** Zur Phasenmodulation

**AWG:** Arbiträrgenerator zur Phasensteuerung der Mikrowelle und DC-Puls-Erzeuger

**Leistungsteiler1, 2:** Leistungsteiler, um Mikrowellen- und DC-Pulse zu vereinen

**DC-Pulsgenerator:** Langsamer DC-Pulsgenerator zum Präparieren des Qubits

### 2.2.1 Der Frequenzgenerator

Der Frequenzgenerator E82257C von Agilent erzeugt eine Mikrowelle im Bereich von 100kHz bis 40GHz mit einer Maximalamplitude von 14dB. Die Umschaltgeschwindigkeit zwischen Frequenzen, Amplituden oder Phasen beträgt einige  $\mu s$ .

Anmerkung: Die Frequenz- und Phasenstabilität wurde von Tobias Wirth gemessen und auf eine Stabilität von über 24 Stunden bestimmt, unter Bedingung einer konstanten Temperatur. Bei Temperaturschwankungen hingegen ist eine Phasenkohärenz nicht mehr vollständig gewährleistet.

Die Experimente, die durchgeführt wurden, erforderten maximal eine Phasenstabilität von 500ns, damit ist die Kohärenzbedingung vollkommen erfüllt. Der systematische Fehler ist vernachlässigbar.

### 2.2.2 Der Mixer

Die Mikrowelle im Bild 2.2 links unten propagiert zunächst durch einen normalen Mixer. Dieser ist dazu da, um die Mikrowelle effizient ein und auszuschalten. Dies würde bei einem idealen IQ-Mixer nicht notwendig sein, aber da der IQ-Mixer nur 20dB Dämpfung hat (zwischen aktiven und inaktiven Zustand) ist noch ein weiterer Mixer M80420LS von Marki mit der

Dämpfung von 40dB notwendig. Eine niedrigere Dämpfung würde ein leichtes Durchsickern der Mikrowelle zur Folge haben und damit eine leichte dekohärente Anregung bewirken. Eine dekohärente Anregung ist eine teilweise Besetzung des ersten angeregten Zustands, bei der jegliche Phaseninformation zerstört wurde.

### 2.2.3 Der IQ-Mixer

Der IQ-Mixer (IQB-0618 von Marki) besteht wie in Fig. 2.2 gezeigt aus zwei normalen Mixern, von denen einer um  $90^\circ$  Phasenverschoben ist. Durch zwei Leistungsteiler wird das ursprüngliche Signal getrennt und am Ende wieder zusammengeführt, was mathematisch gesehen einer Addition der beiden Signale entspricht. Legt man nun an den I und Q Port eine Gleichspannung an, so bekommt man eine Addition eines Sinus- und eines Cosinus (wegen  $90^\circ$  Phase) -Signals.

Möchte man ein phasenverschobenes Mikrowellensignal  $U \sin(\omega t + \varphi)$ , so sieht die Gleichung wie folgt aus:

$$\sin(\omega t + \varphi) = \cos(\varphi) \sin(\omega t) + \sin(\varphi) \cos(\omega t) \quad (2.1)$$

$$U \sin(\omega t + \varphi) = U_I(\varphi) \sin(\omega t) + U_Q(\varphi) \cos(\omega t) \quad (2.2)$$

$$\omega : \text{Mikrowellenkreisfrequenz} \quad (2.3)$$

$$\varphi : \text{Phase der Mikrowelle} \quad (2.4)$$

$$U : \text{Amplitude der Mikrowelle} \quad (2.5)$$

$$U_I : \text{Spannung am I-Eingang} \quad (2.6)$$

$$U_Q : \text{Spannung am Q-Eingang} \quad (2.7)$$

somit kann man mit den beiden Gleichungen

$$U_I(\varphi) = U \sin(\varphi) \quad (2.8)$$

$$U_Q(\varphi) = U \cos(\varphi) \quad (2.9)$$

jede beliebige Mikrowellenphase  $\varphi$  einstellen.

### 2.2.4 Der Arbiträrgenerator

Der komplette Aufbau wird durch einen Arbiträrgenerator (AWG) AWG5014C von Tektronix gesteuert.

- Abtastrate: bis 1.2 Gigasamples
- Amplitudenauflösung: 14 bit
- Anstiegszeit: 0.5ns-1ns (ohne aktivierte Filter)
- Zahl unabhängiger Kanäle: 4

Ein AWG ist ein Digital-zu-Analog-Wandler. Es übersetzt ein digitales Signal, das von einem Computer geschickt wird, in ein analoges Signal um. Dabei werden Spannungspunkte mit diskreten Amplitudenwerten in diskretisierten Zeitabständen generiert. Diese Spannungspunkte werden dann idealerweise mit einer Spannungslinie verbunden. Mit dieser Technik lassen sich beliebige Pulse approximieren.

Das AWG funktioniert im Prinzip sehr gut, dennoch gibt es zwei Probleme. Die 4 Kanäle sind nicht komplett unabhängig voneinander, es gibt leichte Korrelationen. Außerdem gibt es ein geringes Offset je nachdem ob der Puls vom negativen in den positiven Bereich geht oder umgekehrt.

### 2.2.5 Der DC-Pulsgenerator

Der DC-Pulsgenerator ist notwendig, um alle Arbeitsschritte in Unterkapitel 1 durchzuführen. Er ist langsamer als der AWG und enthält keine hohen Frequenzanteile im Gigaherzbereich. Dadurch werden Störungen, die auf das Qubit wirken können, begrenzt.

### 2.2.6 Der Leistungsteiler

Die beiden Leistungsteiler FSCM 99899 von Narda vereinen die Mikrowellenleitung mit der DC-Leitung einmal für die schnellen DC-Pulse des AWG und einmal für die langsamen Pulse des DC-Pulsgenerators.

Die Nutzung des Leistungsteilers ist äußerst problematisch. Durch die starke Fehlanpassung kommt es zu sehr heftigen Reflektionen, vor allem zwischen Leistungsteiler und Kryostat. Des weiteren verzehrt er die DC-Pulse, die jetzt sehr viel runder sind und eine extrem lange Anstiegszeit zeigen (siehe Kapitel 6).

## 2.3 Die Eichung

IQ-Mixer sind alles andere als ideal, auch das AWG erzeugt nicht ideale Signale. Deshalb ist es essenziell, eine geeignete Eichung zu finden, um die Zahl der systematischen Fehler zu reduzieren. Die folgende Betrachtung bezieht sich auf die Ausgangsspannung hinter dem genutzten IQ-Mixer bei einer definierten Spannung am I- und Q-Port.

### 2.3.1 Die Frequenzverstimmung

Die Aufgabe, die einem IQ-Mixer häufig zugeordnet wird, ist die Frequenzverstimmung. Unter diesem Begriff versteht man, dass die Ausgangsfrequenz mit einem bestimmten  $\Delta f$  im Bezug zum Eingangssignal frequenzverschoben wurde. Definition: Ist eine Mikrowelle verstimmt zu einem Qubit, so bedeutet dies, dass die Frequenz der Mikrowelle nicht gleich der Resonanzfrequenz des Qubits ist.

Eine Mikrowelle mit einer bestimmten Frequenz  $f_1$  kann man als eine andere Frequenz  $f_2$  sehen, dessen Phase  $\phi$  sich linear ändert:

$$\sin(f_1 t) = \sin(f_2 t + \Delta f t) = \sin(f_2 t + \phi(t)) = \sin(f_2 t + n \Delta \phi(t_{discret})) \quad (2.10)$$

$$\Delta f = f_1 - f_2 \quad (2.11)$$

$$\Delta \phi : \text{Diskreter Phasenschritt} \quad (2.12)$$

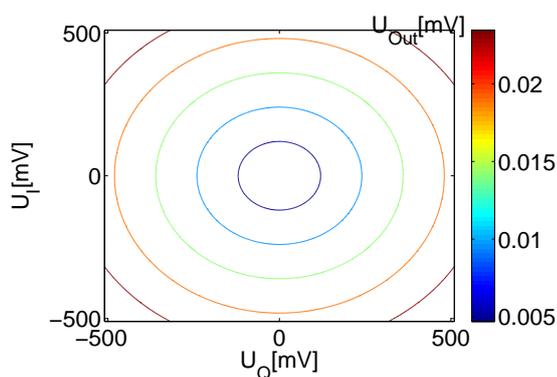
$$n : \text{Ganzzahlige positive Zahl} \quad (2.13)$$

$$t_{discret} : \text{Diskreter Zeitschritt des AWG} \quad (2.14)$$

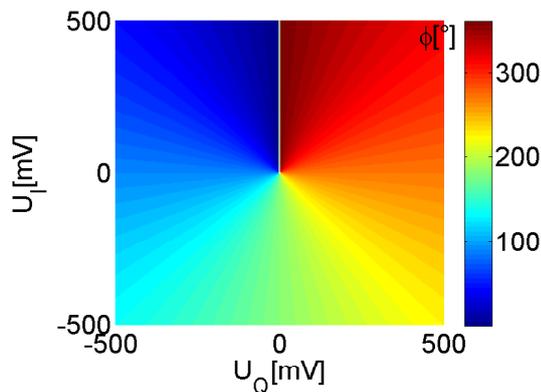
Genau dieses Prinzip wird bei Mikrowellenverstimmung angewendet. Für jeden Zeitdiskretisierungsschritt  $t_{discret}$ , der vom AWG festgelegt wird, wird die von der Frequenz abhängige Phase  $n \Delta \phi(t_{discret})$  berechnet und angewendet. Dadurch ergibt sich ein Ausgangssignal mit neuer Frequenz  $f_2$ .

### 2.3.2 Der ideale IQ-Mixer:

Nach Gleichung 2.8 und 2.9 liegen alle möglichen Phasenwerte bei konstanter Amplitude (Abb. 2.3) in einem Kreis (Abb. 2.4) um den Ursprung in der I-Q-Ebene. Der Radius des Kreises ist proportional zur Leistung am I- und Q-Port. Die Lage der Amplituden- und Phasenwerte ändert sich nicht über die Frequenz.



**Abb. 2.3:** Idealer IQ-Mixer: Ausgangs-Amplitude (farbkodiert) im Abhängigkeit der Spannungen  $U_I$  und  $U_Q$  am I- bzw. Q-Port.



**Abb. 2.4:** Idealer IQ-Mixer: Ausgangs-Phase (farbkodiert) im Abhängigkeit der Spannungen  $U_I$  und  $U_Q$  am I- bzw. Q-Port.

Um das Model des idealen IQ-Mixers zu verifizieren, wird an beiden Steuereingängen ein Sinus und ein Cosinus mit gleicher Amplitude eingestrahlt (Abb. 2.5).

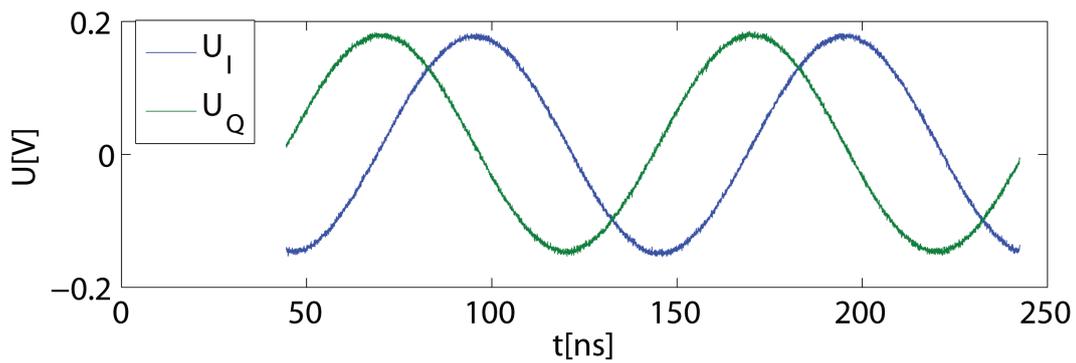
Abb. 2.6 entspricht nicht dem erwarteten Sinussignal, welcher nach Gln. 2.1 zu erwarten wäre. Das Ausgangssignal enthält unerwartete Amplitudenschwankungen, die dazu führen, dass die Mikrowelle noch weitere Frequenzen enthält. Weitere Frequenzen können dazu führen, dass unerwartet verstimmte Rotationen des Blochvektors passieren (siehe Kapitel 3). Außerdem können durch zusätzliche Frequenzanteile Fluktuatoren angeregt werden, die an das Qubit koppeln und zu Fehlern führen. Ein Fluktuator (TLF) ist ein Zweizustandssystem, an welches das Qubit koppeln kann. Eine genauere Beschreibung findet man bei Neeley [MN08]. Ein anderer Fehler, der dadurch entsteht, passiert bei Erzeugung von Pulsen mit nicht verstimmter Mikrowelle aber fester Phase. Haben zwei Pulse eine unterschiedliche Phase und dadurch ungewollt eine unterschiedliche Amplitude, ist keine präzise Qubitkontrolle mehr möglich.

### 2.3.3 Der vereinfachte Mixer:

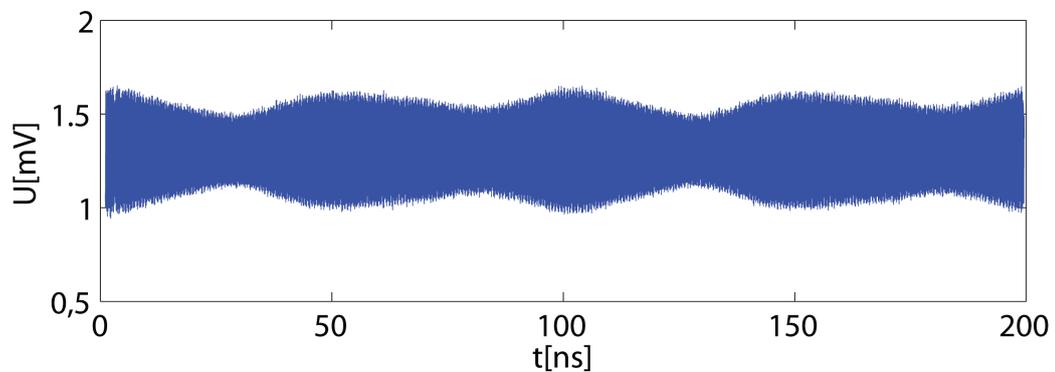
Um eine präzisere Qubit-Kontrolle zu ermöglichen sind Eichungen des IQ-Mixers notwendig, anstatt ein ideales Verhalten voraus zu setzen.

Nach dem Konzept von Hofheinz et al. [MH09] liegen alle Phasenwerte des IQ-Mixers in einer Ellipse in Hauptlage (äquivalent zu unterschiedlichen Sensibilitäten der beiden Eingänge), wobei der Mittelpunkt in allgemeinen verschoben ist (Abb. 2.8). Der Radius des Kreises ist proportional zur Ausgangsspannung (Abb. 2.7). Die Lage der Phasenwerte ändert sich über die Frequenz.

Die Verschiebung des Mittelpunkts lässt sich mit Gleichspannung korrigieren. Die Ellipsenform wird durch eine Asymmetrie der Eingänge des IQ-Mixers verursacht. Korrigieren kann



**Abb. 2.5:** Idealer IQ-Mixer (gemessenes Steuersignal): Beide Steuersignale sind ein Sinus und ein Cosinus.



**Abb. 2.6:** Idealer IQ-Mixer (gemessenes Ausgangssignal): Das Ausgangssignal entspricht wenig dem erwarteten sauberem Sinussignal.

man diese Asymmetrie durch Korrektur der Signalamplitude am Eingang I oder Q.

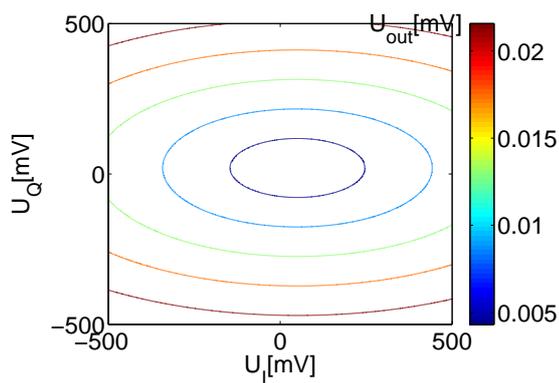
Auch dieses Model wird experimentell verifiziert. Dazu wird ein sinnvoller Bereich für das Offset und die Amplitude für die beiden Steuersignale festgelegt und die Resultate verglichen. Das beste Ergebnis ist in Abb. 2.10 gezeigt.

Abb. 2.9 verursacht ein besseres Ausgangssignal als Abb. 2.5, da deutlich geringere Amplitudenschwankungen zu sehen sind. Dennoch sind diese Schwankungen immer noch zu stark um eine präzise Kontrolle zu ermöglichen

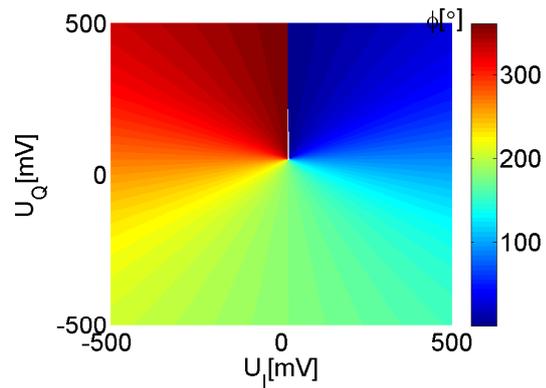
### 2.3.4 Der reale Mixer:

Der reale Mixer besitzt eine im allgemeinen analytisch nicht beschreibbare Form (Abb. 2.11 und Abb. 2.12). Um aber doch die volle Performanz zu erhalten, kann man die von mir entwickelte CS-Eichung („Cranky-Sine-Eichung“) benutzen.

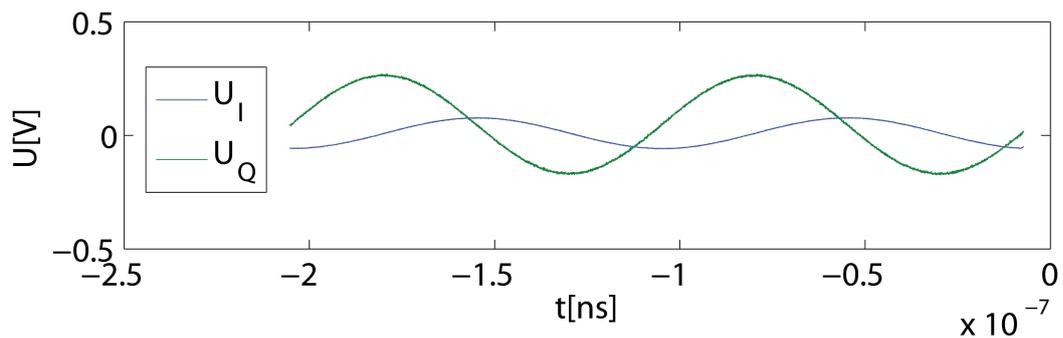
Durch Anwendung dieser Eichung ist es möglich, eine präzise Manipulation der Mikrowelle zu erhalten. Diese Eichung passt die Form der Steuersignale an den IQ-Mixer so an, dass ein fast ideales Ausgangssignal erzeugt wird. In 2.13 ist die Form des Eingangssignals dargestellt. Aus der äußerst ungewöhnlichen Form des Eingangssignals leitet sich der Name dieser Eichung ab (Cranky Sine). In 2.14 ist das Ergebnis dargestellt. Dieses Ergebnis weicht kaum noch von



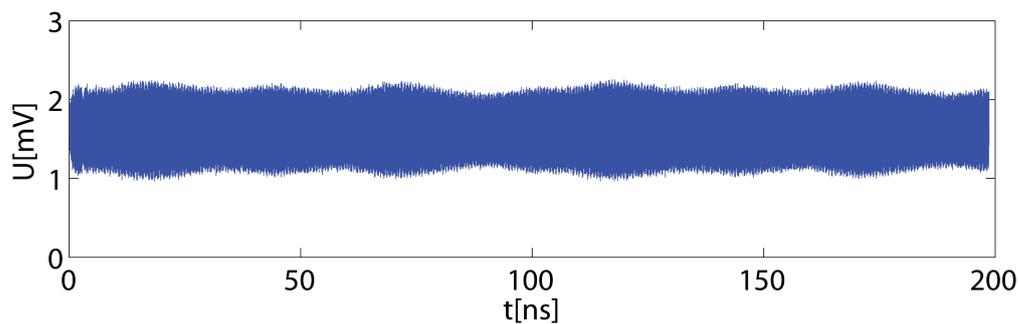
**Abb. 2.7:** Vereinfachter IQ-Mixer: Amplitude. Die Stauchung, das Aussehen und die Mittelpunktverschiebung wurde an Abb. 2.11 angepasst.



**Abb. 2.8:** Vereinfachter IQ-Mixer: Phase. Die Stauchung und der Mittelpunkt wurde an Abb. 2.12 angepasst.

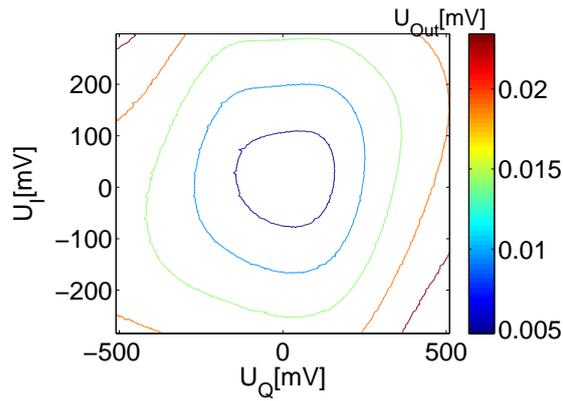


**Abb. 2.9:** Idealer IQ-Mixer (gemessenes Steuersignal): Beide Steuersignale sind ein Sinus und ein Cosinus mit einer bestimmten Amplitude und einem Offset.

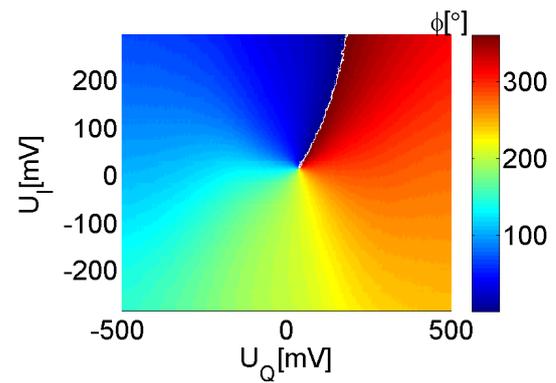


**Abb. 2.10:** Idealer IQ-Mixer (gemessenes Ausgangssignal): Das Ausgangssignal entspricht eher dem erwarteten Ausgangssignal, ist aber immer noch nicht perfekt.

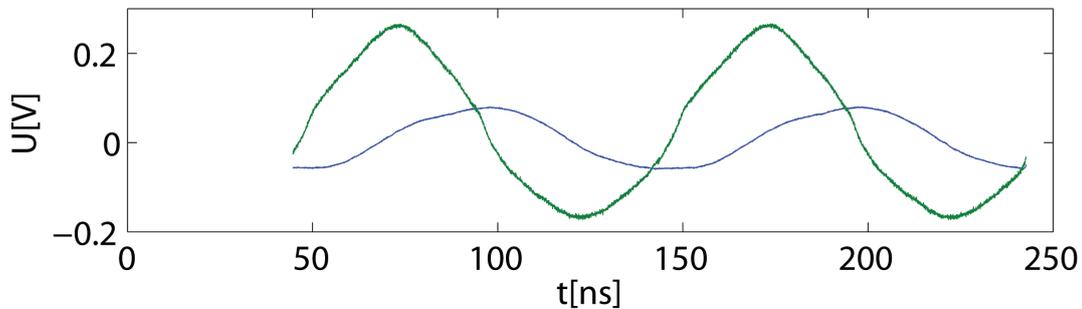
einem idealem Sinussignal ab.



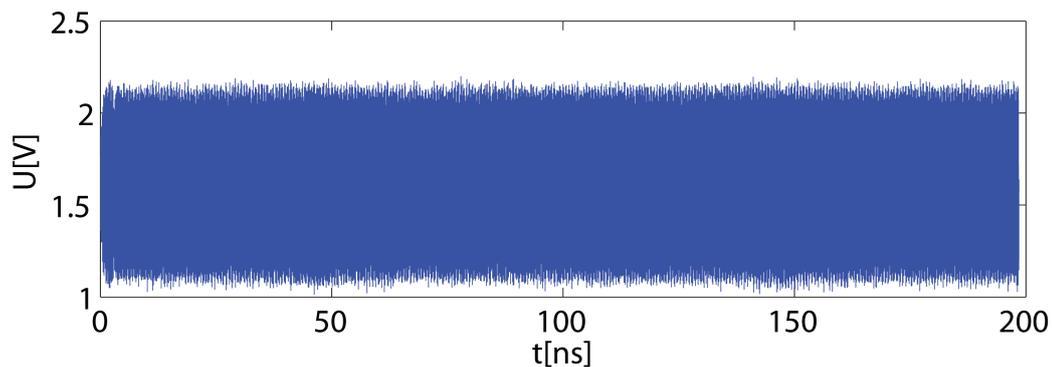
**Abb. 2.11:** Realer IQ-Mixer: Ausgangs Amplitude. Echte Messung am realen Mixer bei einer Frequenz von 6500 MHz und Eingangsleistung von 12 dB.



**Abb. 2.12:** Realer IQ-Mixer: Ausgangs Phase. Echte Messung am realen Mixer bei einer Frequenz von 6500 MHz und Eingangsleistung von 12 dB.



**Abb. 2.13:** CS-geeichter IQ-Mixer (gemessenes Steuersignal): Ein an den IQ-Mixer angepasstes Steuersignal.



**Abb. 2.14:** CS-geeichter IQ-Mixer (gemessenes Ausgangssignal): Das Ausgangssignal entspricht ziemlich einem idealem Sinussignal.

## 2.4 Die CS-Eichung

Die CS-Eichung oder Cranky-Sine-Eichung wurde speziell dafür entwickelt um die Nichtlinearität des IQ-Mixers zu beachten und dadurch besonders präzise kontrollierte Pulse zu erzeugen.

Für eine bestimmte Frequenz und Amplitude des Mikrowellengenerators werden kurze Spannungspulse mit bestimmter Amplitude am I- und Q-Port generiert (Abb. 2.15). Mit Hilfe eines 40 Gs/s (Gigasample pro Sekunde) Oszilloskops werden die Pulse am Ausgang des IQ-Mixers gemessen (Abb. 2.16). Ein Auswertungsprogramm wertet die Pulse nach Phase und Amplitude aus (Abb. 2.17).

Um die Übertragungsrate zwischen Oszilloskop und Computer zu optimieren, werden 15 Eichungspulse und ein Referenzpuls generiert, die auf den Oszilloskop-Bildschirm passen (Abb. 2.15).

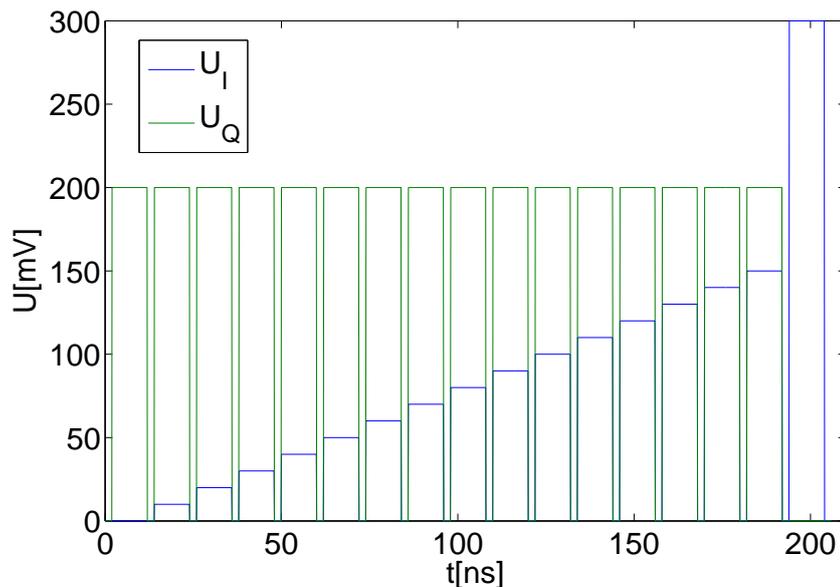


Abb. 2.15: Eine mögliche Pulssequenz, die zur Analyse des IQ-Mixers genutzt werden kann.

Als nächstes werden die einzelnen Pulse von einem Auswertungsprogramm mit einer Sinusfunktion gefittet. Daraus wird die Amplitude und die Phase extrahiert (Abb. 2.16).

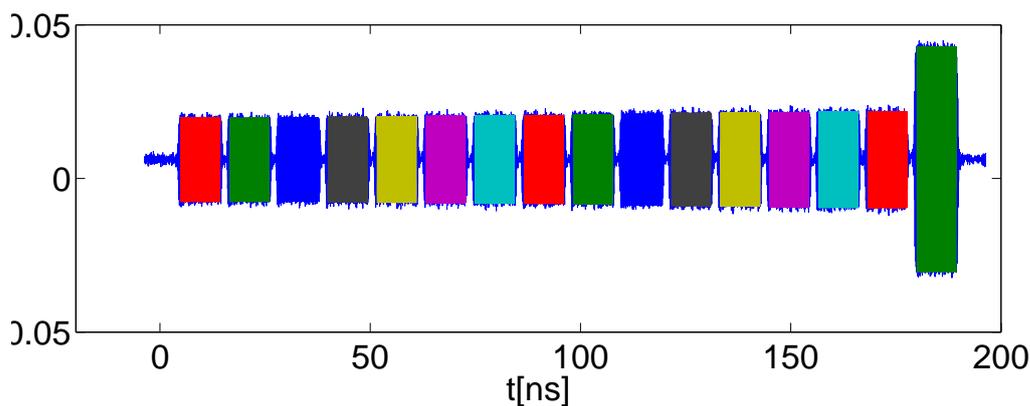
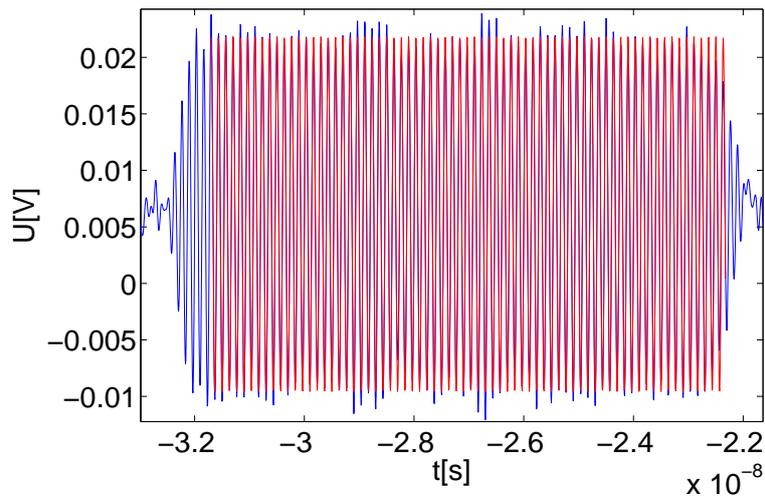


Abb. 2.16: Anschauliche Darstellung beim Anpassen der einzelnen Mikrowellenpulse.

Aus den Funktionfits werden nun die Konturen für bestimmte Amplituden und Phasen errechnet und in Registern gespeichert (Abb. 2.16). Um nun beispielweise einen Mikrowellenpuls



**Abb. 2.17:** Detailansicht eines Mikrowellenpulses, dargestellt mit seinem mathematisch berechneten Fit.

mit einer bestimmten Frequenz, Phase und Amplitude zu erzeugen, wird aus den angelegten Register per Suchprogramm die am besten passende Amplitude und Phase gesucht. Das Ergebnis sind Spannungen, die man an I und Q anlegen muss um das gewünschte Ergebnis zu bekommen.

## 2.5 Die Erzeugung von mehreren Mikrowellen durch CS-Eichung

Im vorherigen Unterkapitel wurde gezeigt, wie man mit Hilfe der CS-Methode Frequenzen verstimmen kann. Dies ist immer dann notwendig, wenn man mehr als eine Frequenz benötigt um bestimmte Qubitoperationen durchzuführen. Natürlich ist es möglich, anstatt von CS-Pulsen mehrere Frequenzgeneratoren zu verwenden um den gleichen Effekt zu erhalten. In der folgenden Tabelle werden die Eigenschaften beider Methoden verglichen.

	CS-Puls	Mikrowellengeneratorpuls
1. Verstimmungsreichweite	empfohlen bis 1/6 der Abtastrate maximal 1/3 der Abtastrate	kompletter Frequenzbereich
2.a. Amplitude	maximal	maximal
2.b. Synchrone Pulserzeugung	geteilt	maximal
3. Zusätzliche Hardware	-	Mikrowellengenerator, Elektronischer Schalter
4. Eichung	CS-Eichung	Trigger und Phaseneichung
5. Phasensteuerung	ja	bedingt
6. Multifrequenzfähig	ja	nein

1. Die maximale Verstimmungsreichweite eines CS-Pulses ist natürlich limitiert. Das Nyquist Theorem besagt, dass eine Sinusschwingung eindeutig nur bis zur halben Abtastrate erzeugt werden kann, z. B. bei einer Abtastrate von 1.2 GHz sind es 600 MHz. Praktisch gesehen geht dies nur bis ein Drittel der Abtastrate, und das auch nur mit

starken Performance- und Leistungseinbussen. Gute Qualität bekommt man bis circa ein sechstel der Abtaste, siehe Kapitel 6. Zwei Generatoren können dagegen beliebig voneinander verstimmt sein, ohne Leistungseinbussen zu bekommen.

2. Die maximale Amplitude des CS-Pulses wird nur von zeitgleichen Pulsen unterschiedlicher Frequenz beschränkt, und zwar kann die Leistung beider Pulse zusammen nicht die maximale Leistungsfähigkeit des Frequenzgenerators übersteigen. Auch dieses Problem hat man bei zwei Frequenzgeneratoren nicht.
3. Der CS-Puls wird rein softwaremäßig generiert und kostet nur Entwicklungszeit. Bei zwei Generatoren muss man noch zusätzlich einen schnellen elektronischen Schalter einbauen, der die vier Funktionen am Ausgang nichts, erster Generator, zweiter Generator und beide beinhaltet. Ein ähnliches Konzept hat schon Leek [LFB<sup>+</sup>07] verwendet.
4. CS-Pulse brauchen natürlich die CS-Eichung, um zu funktionieren. Bei zwei Mikrowellengeneratoren ist es notwendig, beide aufeinander zu triggern und nach jeder Temperaturschwankung die Phase aufeinander anzupassen.
5. In der CS-Eichung kann jede Phase der Mikrowelle separat zu beliebigen Zeiten umgestellt werden. Dagegen dauert eine Änderung der Phase eines Mikrowellengenerators einige Mikrosekunden, viel zu lange für Qubitoperationen. Je nach der verwendeten Eichung ist eine Phasensteuerung der beiden Mikrowellen möglich. Allerdings ist die Phasendifferenz zwischen zwei Mikrowellen während einer Qubit-Operatiosphase immer konstant, damit hat man feste Phasen bei gleichzeitigem Einsatz der Mikrowellen. Natürlich könnte man dieses Problem durch einen weiteren IQ-Mixer inklusive Steuerung lösen, was aber sehr teuer werden würde.
6. Die CS-Eichung kann beliebig viele Frequenzen gleichzeitig erzeugen, die einzige Bedingung ist, dass die Verstimmungsreichweite eingehalten wird und die Summe der Leistungen aller Frequenzen nicht die Leistung des Mikrowellengenerators übersteigt. Bei der anderen Methode muss man für jede zusätzliche Frequenz einen weiteren Mikrowellengenerator anschließen.

## 2.6 Der Ausblick

Der große Vorteil der CS-Methode gegenüber allen anderen Methoden ist, dass es den IQ-Mixer problemlos im stark nicht-linearen Bereich steuern kann. Es beruht auf keinen Modellen oder größeren Approximationen. Im Test mit dem Qubit war es überzeugend, ein statistischer oder systematischer Fehler verschwindet unter allen anderen Fehlern die während der Präparation und Messung auftreten.

Dieses Verfahren in Zusammenhang mit Gausspulsen [LHA<sup>+</sup>08] oder DRAG-Pulsen [LKB<sup>+</sup>10] würde bestehende Fehler weiter minimieren.

# Kapitel 3

## Die Rotationen

Dieses Kapitel befasst sich mit dem Thema von Rotationen in einer Blochsphäre. In der Literatur von Qubits mit Josephson-Kontakten wird man ein Kapitel in dieser Art nur sehr knapp und nicht vollständig finden. Dies liegt daran, dass meistens von einer anschaulichen Darstellung in einer Blochsphäre verzichtet und stattdessen alles in einer Dichtematrix dargestellt wird. Die Blochsphäre ist deshalb so anschaulich, weil Messpunkte direkt miteinander verglichen werden können und dort, wo der direkter Vergleich unverzichtbar ist, wird man auch Blochsphären finden. Vermutlich ist der Hauptgrund, warum Blochsphären gemieden werden, dass unangenehme Effekte beim Präparieren und Messen in einer Blochsphäre sofort ins Auge springen, bei einer Dichtematrix dagegen nicht.

Ich habe Rotationen in fünf unterschiedliche Typen unterteilt, dies liegt daran, dass diese fünf Rotationstypen zu unterschiedlichen Zwecken genutzt werden.

Rotationstyp	Beschreibung
X-Z-Rotationen	Verwendung allein von X- und Z-Rotationen
	Vollkommen ausreichend für einfache Messungen z.B. Qubit-Anregungen, Zerfalls-Messungen, Fluktuatoranregungen
[X,Y],Z-Rotationen	Menge aller Rotationsachsen in der X-Y-Ebene, inkl. Z-Rotation
	Notwendig für komplexere Operationen z.B. Tomographie, Mikrowellenverstimmung
Eichrotation	Neudefinition des Koordinatensystems
	Phasen und Frequenzanpassung des Koordinatensystems z.B. Phasenanpassung eines Qubits, Synchronisation von Qubits
Verstimmte Rotation	Qubit und Mikrowelle nicht in Resonanz, beliebige Rotationsachsen
	Bestimmte Gatter z.B. Hadamard-Gatter
Pseudo-verstimmte Rotationen	Gleichstark verstimmtes Qubit und Mikrowelle, rotierende Rotationsachsen
	Mehrqubitoperationen z.B. Zustandsänderung zwischen Qubits, TLF-Tomographie

### 3.1 Die Blochsphäre

Die Blochsphäre ist eine anschauliche Möglichkeit Zustände in einem quantenmechanisches Zweiniveausystem, z.B.  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$ , grafisch darzustellen (Abb. 3.1).

$$|\Psi\rangle = \cos(\theta/2)|0\rangle + \exp(i\varphi) \sin(\theta/2)|1\rangle \quad (3.1)$$

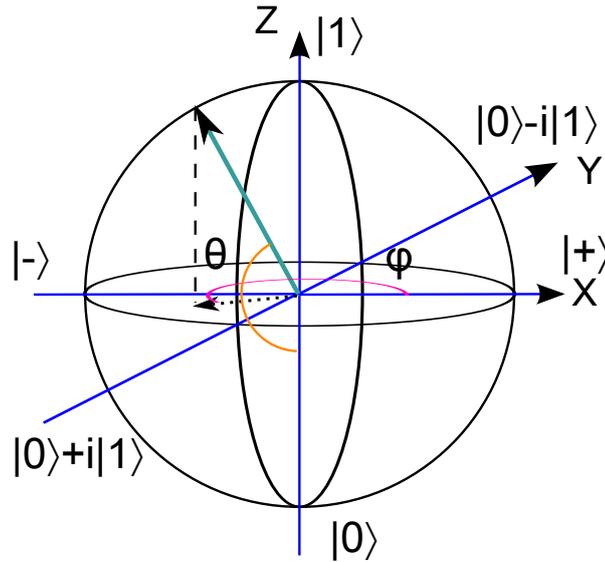
$$|+\rangle = 1/\sqrt{2}(|0\rangle + |1\rangle) \quad (3.2)$$

$$|-\rangle = 1/\sqrt{2}(|0\rangle - |1\rangle) \quad (3.3)$$

Um Zustände mit Polar- und Azimutalwinkel auszudrücken, definiere ich

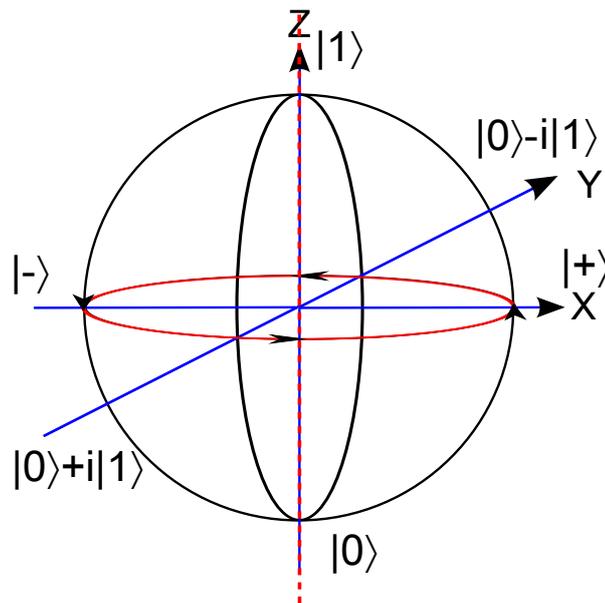
$$|\Psi\rangle = |\theta, \varphi\rangle \quad (3.4)$$

Jeder Punkt auf der Oberfläche der Einheitssphäre stellt eine mögliche Superposition zwischen  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$  dar. Durch die Winkel  $\theta$  und  $\varphi$  wird jeder reine Zustand eindeutig bestimmt. Dabei wird definiert, dass der Nordpol genau  $|\Psi\rangle = |1\rangle$  und der Südpol genau  $|\Psi\rangle = |0\rangle$  ist.



**Abb. 3.1: Aufbau der Blochsphäre:** Der grüne Pfeil stellt den Blochvektor dar.  $\theta$  und  $\varphi$  definieren die Position des Blochvektors.

### 3.2 Die Rotation um die Z-Achse



**Abb. 3.2:** Rotation um die z-Achse am Äquator

Die Rotation um die Z-Achse ist nichts anderes als eine Larmor-Präzession. Die Larmor-Präzession ist ungleich Null falls beide Eigenzustände  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$  einen unterschiedlichen Eigenwert  $E_0$  und  $E_1$  haben, also:

$$H|0\rangle = E_0|0\rangle = \hbar\omega_0|0\rangle \quad (3.5)$$

$$H|1\rangle = E_1|1\rangle = \hbar\omega_1|1\rangle \quad (3.6)$$

$$E_0 \neq E_1 \tag{3.7}$$

Wendet man nun eine Zeitentwicklung auf das Zweiniveausystem an:

$$U(t)|\Psi\rangle = |\Psi(t)\rangle = \exp(-i\omega_0 t) \cos(\theta/2)|0\rangle + \exp(-i\omega_1 t) \exp(i\varphi) \sin(\theta/2)|1\rangle \tag{3.8}$$

$$|\Psi(t)\rangle = \exp(-i\omega_0 t) \left( \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|0\rangle + \underline{\exp(i(\varphi - \Delta\omega t))} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|1\rangle \right) \tag{3.9}$$

$$\Delta\omega = \omega_1 - \omega_0 \tag{3.10}$$

Der linke Exponentialterm  $\exp(-i\omega_0 t)$  in Gln. 3.9 ist die globale Phase und ohne Einfluss auf die Berechnung der Wahrscheinlichkeit des Systems. Der unterstrichene Phasenterm  $\exp(i(\varphi_0 - \Delta\omega t))$  dagegen verdeutlicht die zeitliche Entwicklung der Phase in Abhängigkeit von  $\omega = (E_1 - E_0)/\hbar$  (Abb.3.2).

Die Frequenz zwischen dem ersten und zweiten Zustand in einem Phasenqubit kann in einem Arbeitsbereich von 6-9 GHz liegen. Diese Geschwindigkeit ist viel zu schnell, um sie mit einfacher Elektronik winkelgenau zu steuern. Um einen steuerbaren Bereich zu erhalten wählt man ein Bezugssystem, dessen Rotationsfrequenz nur so weit von der Resonanzfrequenz abweicht, dass die dadurch entstehende Z-Rotation technisch kontrollierbar bleibt. Mit Hilfe eines digital zu analog Wandlers mit einer Abtastrate von 1,2 GHz und einer Abweichung von 100 MHz wären dies beispielsweise Operationen in einer Schrittweite von  $360^\circ * 100 \text{ MHz} / 1,2 \text{ GHz} = 30^\circ$  in der Phase möglich.

### 3.3 Die Rotation um die X-Achse

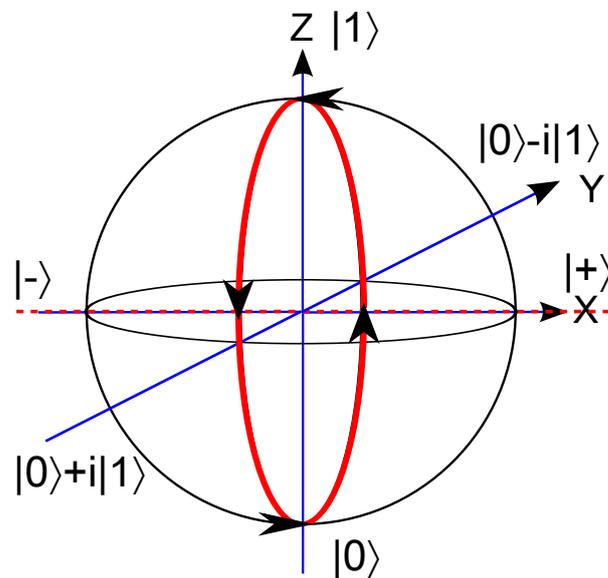


Abb. 3.3: Rotation um die x-Achse im Bezugssystem der Mikrowelle

Um die X-Rotation zu verstehen, muss man sich die Kopplung des elektromagnetischen Feldes an das Qubit anschauen.

Mit Hilfe der Dipolnäherung, kann man den periodischen Storteil des Hamilton Operators vereinfachend schreiben zu:

$$H = \frac{\hbar}{2}\omega_L\sigma_z + \hbar\Omega_R \cos(\omega_d t + \phi)\sigma_x \quad (3.11)$$

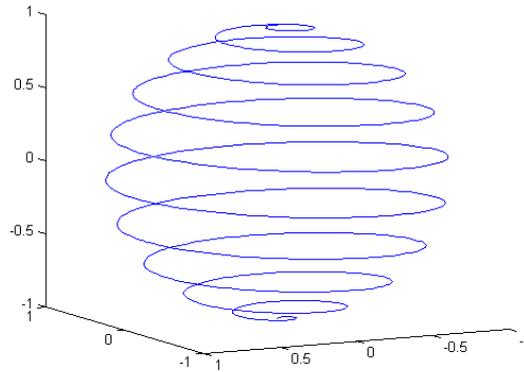
$$\omega_L : \text{Larmor Frequenz} \quad (3.12)$$

$$\hbar\Omega_R : \text{Dipol-Kopplungsstärke} \quad (3.13)$$

$$\omega_d : \text{Mikrowellenfrequenz} \quad (3.14)$$

$$\phi : \text{Phase der Mikrowelle} \quad (3.15)$$

Anschaulich stellt der Hamiltonoperator zwei separate Rotationen dar, die gleichzeitig stattfinden. Unter Annahme, dass das Qubit in Resonanz mit der Mikrowelle ist, also  $\omega_L = \omega_d$ , kann man die Bewegung des Bloch-Vektors wie folgt darstellen (Abb. 3.4).



**Abb. 3.4:** Rabioszillation aus der Sicht eines Forschers. Die Z-Oszillation ist viel schneller als die X-Rotation.

Um das gleiche Bild aus dem Bezugssystem der Mikrowelle zu bekommen, führt man die rotating wave approximation durch. Hierzu benutzt man den Rotationsoperator und fügt ihn in die Schrödingergleichung ein.

$$H' = UHU^{-1} - i\hbar U\dot{U}^{-1} \quad (3.16)$$

$$U = \exp(i\omega_d t\sigma_z/2) \quad (3.17)$$

Die rotating wave approximation beruht darauf, hochfrequente Anteile  $\omega_L + \omega_d$  wegzulassen. Diese Näherung gilt nur dann, falls die Mikrowelle in der Näherung der Larmorfrequenz ist. Das heißt

$$\Delta\omega = \omega_L - \omega_d \ll \omega_L + \omega_d \quad (3.18)$$

$$H' \approx \frac{\hbar}{2}(\Delta\omega\sigma_z + \Omega_x\sigma_x + \Omega_y\sigma_y) \quad (3.19)$$

$$\Delta\omega = \omega_L - \omega_d \quad (3.20)$$

$$\Omega_x = \Omega_R \cos \phi \quad (3.21)$$

$$\Omega_y = \Omega_R \sin \phi \tag{3.22}$$

Wählt man die Mikrowelle in Resonanz mit dem Qubit, also  $\Delta\omega \approx 0$  und  $\phi = 0$ , dann bleibt noch übrig (Abb. 3.3):

$$H' = \frac{\hbar}{2}(\Omega_x \sigma_x) \tag{3.23}$$

### 3.4 Die standardmäßige Konvention

Standardmäßige Konvention: Die allererste Rotation in einem Qubit wird mit der Bedingung, dass eine Projektion der Rotationsachse auf der XY-Ebene ungleich Null ist, als X-Rotation bezeichnet und die Achsen und Zustände entsprechend festgelegt. Ab diesem Zeitpunkt rotiert die Blochsphäre mit der Resonanzfrequenz des Qubits, zur Zeit der Initialisierung, unabhängig davon was zu einem späteren Zeitpunkt passiert. Diese Definition ist unphysikalisch, da der physikalische Blochvektor immer um eine Achse senkrecht zu den Eigenzuständen rotiert. Das heißt, dass physikalisch nur Z- und Blochsphärenrotationen existieren. Dennoch ist die standardmäßige Konvention anschaulicher als die physikalisch korrekte und obwohl es praktischere Konventionen gibt, wird sie hier verwendet, da sie bei vielen Physikern Gebrauch findet.

### 3.5 Die X-Z-Rotationen

X-Z-Rotationen sind die einfachsten Rotationen, die nur aus X- und Z-Rotationen bestehen. Im Prinzip könnte man alle möglichen Operationen durchführen allein mit dieser Methode. Dies wäre aber in vielen Fällen sehr umständlich und würde längere Operationszeiten benötigen.

Es gibt eigentlich nur einen Vorteil dieser Methode. Eine Eichung der Phase der Mikrowelle und die hierzu benötigten Komponenten sind nicht notwendig.

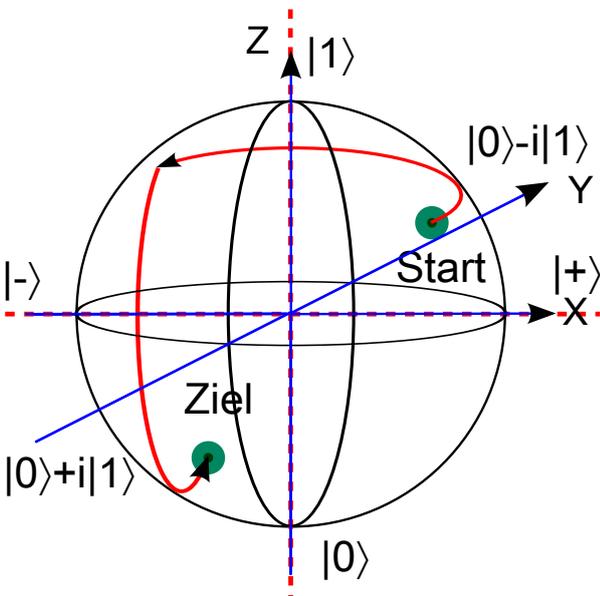


Abb. 3.5: Der Blochvektor wird zunächst um die z-Achse gedreht und dann um die x-Achse, um das Ziel zu erreichen.

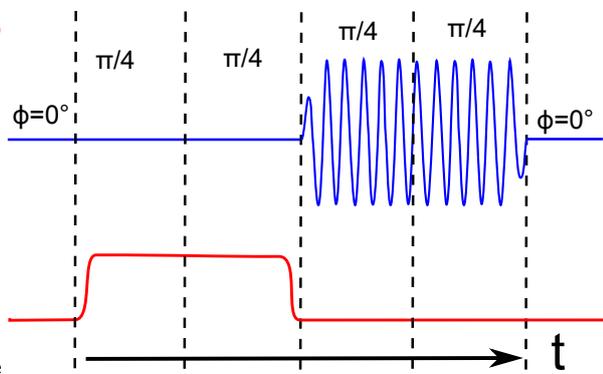
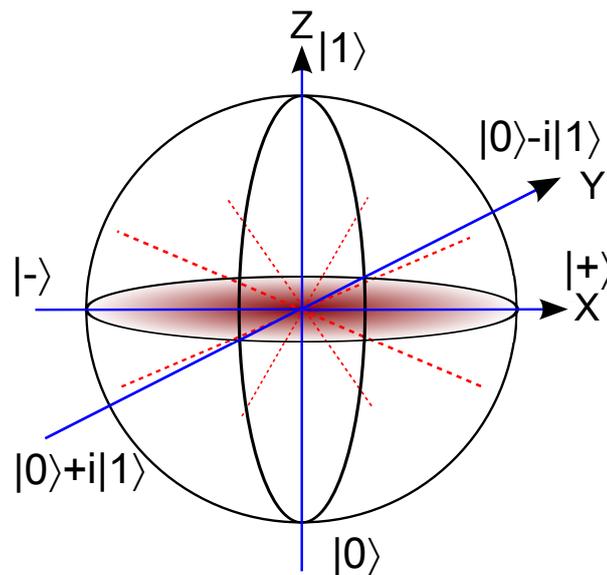


Abb. 3.6: Die benötigte lange Pulssequenz.

Um alle fünf Rotationstypen miteinander zu vergleichen habe ich folgende Situation kreiert: Der Blochvektor des Qubits befindet sich im Startzustand  $|135^\circ, 315^\circ\rangle$ , nun möchte man aber den Zielzustand  $|45^\circ, 225^\circ\rangle$  erhalten. Um dies zu erreichen, benutzt man die im Unterkapitel beschriebene Methode und zwar so, dass die dazu benötigte Zeit möglichst kurz ist. Abb. 3.5 stellt dabei den vom Qubit genommen Weg dar. Abb. 3.6 stellt die dazu benötigte Pulssequenz dar, die man zum Qubit schicken muss, um das Ergebnis zu erhalten. Um die Pulssequenz möglichst einfach zu halten, definiere ich die Zeit für eine  $\pi$ -Rotation (halbe Umdrehung um eine beliebige Rotationsachse) mit einer Mikrowelle (X-Rotation: Eine Mikrowelle bewirkt eine Anregung des Qubits) als genauso lang wie mit einem DC-Puls (Z-Rotation: Ein DC-Puls bewirkt eine Verschiebung der Resonanzfrequenz des Qubits). Im Prinzip müsste das nicht der Fall sein. Trotzdem gibt so eine Einteilung den praktischen Vorteil, dass die Präzision der X- und Z-Rotationen gleich sind, da sie beide von der gleichen Maschine mit der gleichen Genauigkeit gesteuert werden.

In Abb. 3.5 wird auf dem schnellsten Weg von  $|135^\circ, 315^\circ\rangle$  zu  $|45^\circ, 225^\circ\rangle$  gedreht. Das Ziel wird nach zwei Pulsen erreicht (Abb. 3.6). Die Gesamtdauer beträgt  $\pi$  Einheiten und ist damit sehr langsam in Vergleich zu folgenden Methoden.

### 3.6 Die $[X, Y], Z$ -Rotationen



**Abb. 3.7:** Der rote Bereich stellt die Menge aller möglichen Rotationsachsen dar

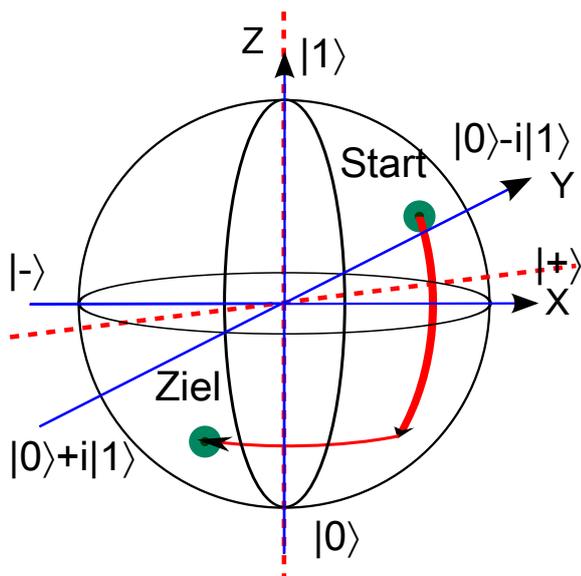
$[X, Y], Z$ -Rotationen, bezeichnet die Menge aller Rotationsachsen in der X-Y-Ebene, inklusive der Z-Rotation.

Die wichtigste Sorte der beliebigen Rotationen sind die Rotationen um Achsen in der XY-Ebene. Dies liegt daran, dass man vom bzw. zum Zustand  $|0\rangle$  und  $|1\rangle$  zu bzw. von jedem beliebigen Punkt am schnellsten transformieren kann. Ein weiterer Grund ist, dass diese Rotationen noch relativ unkompliziert durchzuführen sind, im Gegensatz zu anderen Rotationstypen.

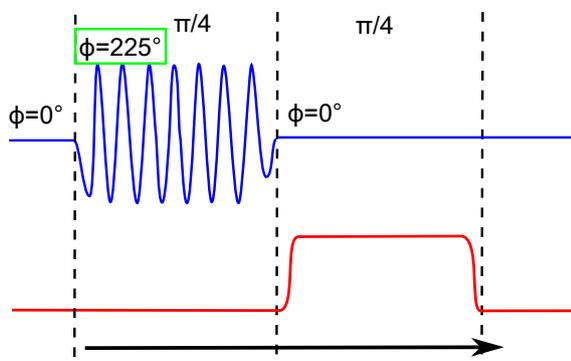
Physikalisch gesehen ist es notwendig, in Resonanz mit der Mikrowelle zu sein und die Phase der Mikrowelle  $\phi$  nach der Erzeugung im Generator beliebig einstellen zu können. Das heißt Gleichung 3.19 wird zu:

$$H' \approx \frac{\hbar}{2}(\Omega_R \cos \phi \cdot \sigma_x + \Omega_R \sin \phi \cdot \sigma_y) \quad (3.24)$$

Obwohl diese Methode schon länger bekannt ist, z. B. benutzt sie schon Martinis zur Tomographie [SAM<sup>+</sup>06], wird dieser Rotationstyp nicht verwendet, weil veröffentlichte Anwendungen (bis auf diese Arbeit) ohne diesen Rotationstyp ausgekommen sind. Viel häufiger werden die Standardrotationen um X,Y und Z genutzt (die Y-Rotation wird im Allgemeinen (nicht in dieser Arbeit), dadurch erreicht, dass man an einem IQ-Mixer Spannung am Q-Port anstatt am I-Port anlegt (siehe Kapitel 2)).



**Abb. 3.8:** Der Blochvektor wird zunächst mit der Mikrowelle um die 225°-Achse gedreht und dann mit einem DC-Puls zum Ziel gedreht



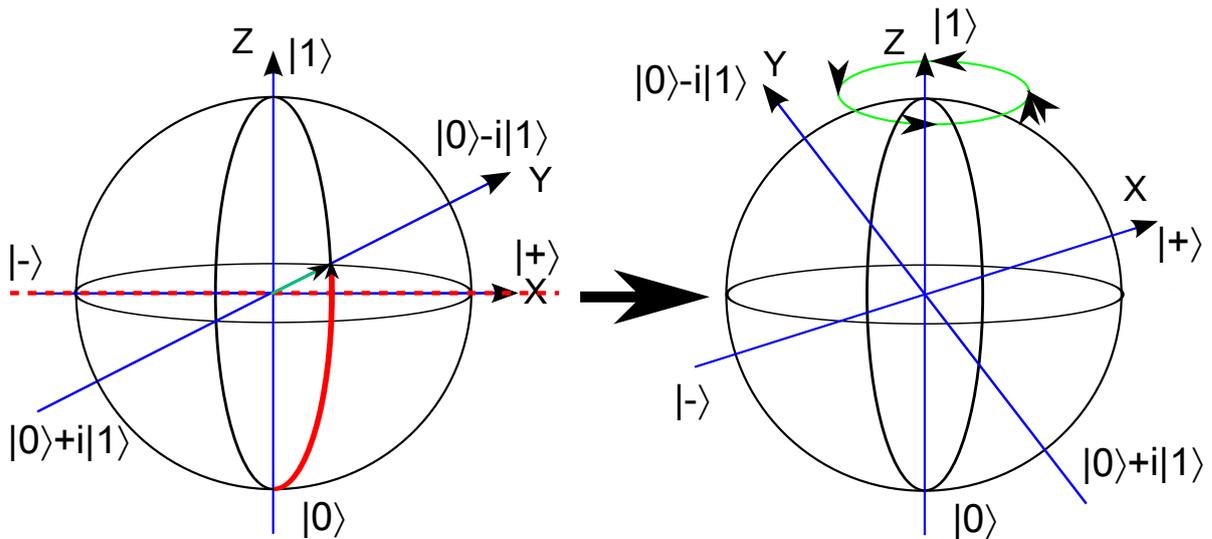
**Abb. 3.9:** Kontrollsequenz, zu beachten ist, dass die Mikrowelle nicht mit 0° sondern mit 225° anfängt

In Abb. 3.8 wird mittels einer (45°,90°)-Achse (um 45° (am Äquator) verdrehter X-Rotation) und einer Z-Rotation auf dem schnellsten Weg von |135°, 315°) zu |45°, 225°) gedreht. Das Ziel wird nach zwei Pulsen erreicht (Abb. 3.9). Die Gesamtdauer beträgt  $\pi/2$  Einheiten und ist damit schneller als die X-Z-Rotation aber langsamer wie die nachfolgenden Rotationstypen.

### 3.7 Die Eichrotation

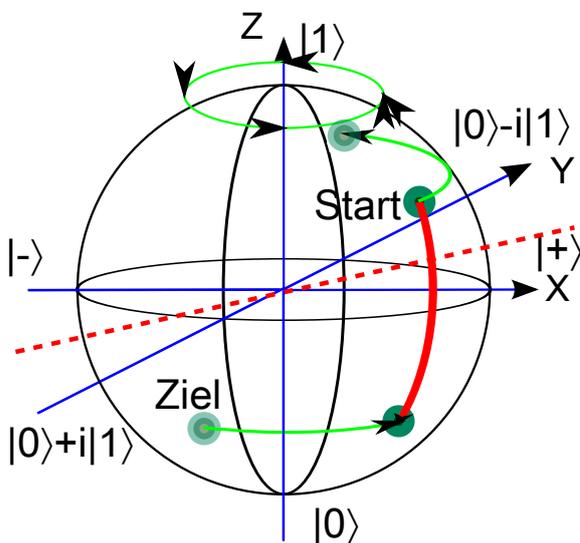
Der Grund für die Einführung der Eichrotation ist folgender, für Systeme die mit mehr als nur einem Qubit zu tun haben oder beim Einsatz von TLFs, ist die standardmäßige Konvention zum Initialisieren von Qubits (aus Unterkapitel 3.4) nicht mehr ausreichend. Da ich nicht eine neue Konvention (aufgrund der Komplexität) einführen möchte, habe ich mich entschieden, die standardmäßige Konvention zu ergänzen. Die Eichrotation definiert, zu jedem beliebigen Zeitpunkt, die Phase und die Rotationsfrequenz der Blochsphäre neu (Abb. 3.10).

Die Notwendigkeit wird am Auslesen eines TLFs deutlich. Beim Übertragen des Zustands des TLFs auf ein Qubit, wird die Phase und die Rotationsfrequenz des Blochvektors des Qubits festgelegt. Um die Information des Qubits nun auszulesen, muss das Qubit auf eine andere Resonanzfrequenz gebracht werden, sonst gibt es weitere Interaktionen mit dem TLF. Das

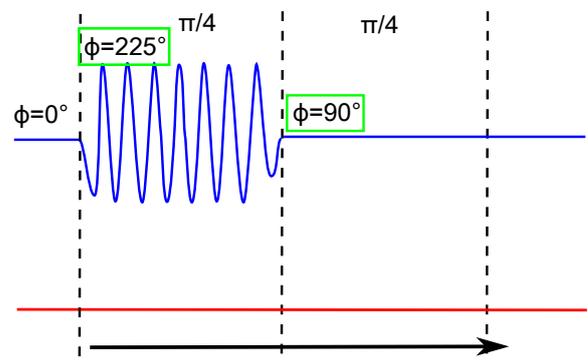


**Abb. 3.10:** Zunächst wird der Blochvektor vom Zustand  $|0\rangle$  über eine X-Rotation auf den Äquator gedreht. Danach wird die Phase der Blochkugel geändert, veranschaulicht wird dies durch die Drehung des Koordinatensystems. Der türkise Blochvektor bleibt dabei immer an der gleichen Stelle.

Problem ist nun, die Frequenzverstimmung der Mikrowelle mit der CS-Methode ist instantan, die der Qubitresonanz dagegen nicht (siehe Kapitel 6). Dadurch kommt es zu einem deutlichen Phasenfehler, der mit einer Eichrotation korrigiert werden kann. Eine andere Anwendung wären Synchronisationen von Qubits, die aber in dieser Diplomarbeit nicht behandelt werden.



**Abb. 3.11:** Der Blochvektor wird zunächst mit der Mikrowelle um die  $(90^\circ, 225^\circ)$ -Achse gedreht, anschließend wird das Koordinatensystem gedreht indem jeder weiteren Mikrowellenpulssequenz  $90^\circ$  hinzu addiert werden.



**Abb. 3.12:** Pulssequenz. Es ist zu betonen, dass hinter der Mikrowelle alle weiteren Mikrowellenpulse um  $90^\circ$  phasenverschoben sind.

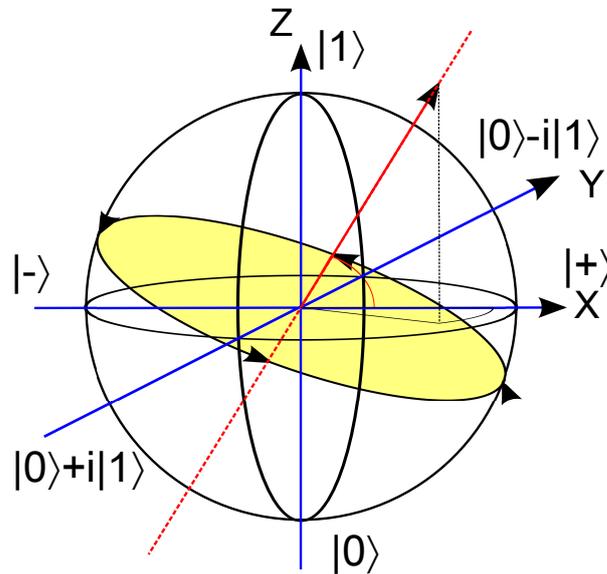
In Abb. 3.11 wird auf dem schnellsten Weg von  $|135^\circ, 315^\circ\rangle$  zu  $|45^\circ, 225^\circ\rangle$  gedreht. Das Ziel wird nach einer Sequenz erreicht, danach sind alle nachfolgenden Rotationen um  $90^\circ$  zu vorherigen Rotationen phasenverschoben (Abb.3.12). Die Gesamtdauer beträgt  $\pi/4$  Einheiten und ist damit sehr schnell, im Vergleich zu allen hier diskutierten Rotationen.

### 3.8 Die verstimmte Rotation

Die verstimmte Rotation ist eine Rotation mit schiefer Achse, die nicht innerhalb der XY-Ebene liegt (Abb. 3.13). Als Grundlage dient wieder Gleichung 3.19, diesmal voll ausgeschrieben.

$$H' \approx \frac{\hbar}{2} (\Delta\omega\sigma_z + \Omega_R \cos \phi\sigma_x + \Omega_R \sin \phi\sigma_y) \quad (3.25)$$

Die Formel bedeutet nichts anderes, als dass man eine Mikrowelle mit einer bestimmten Phase  $\phi$  und mit einer bestimmten Frequenzabweichung  $\Delta\omega$  auf ein Qubit einstrahlt.



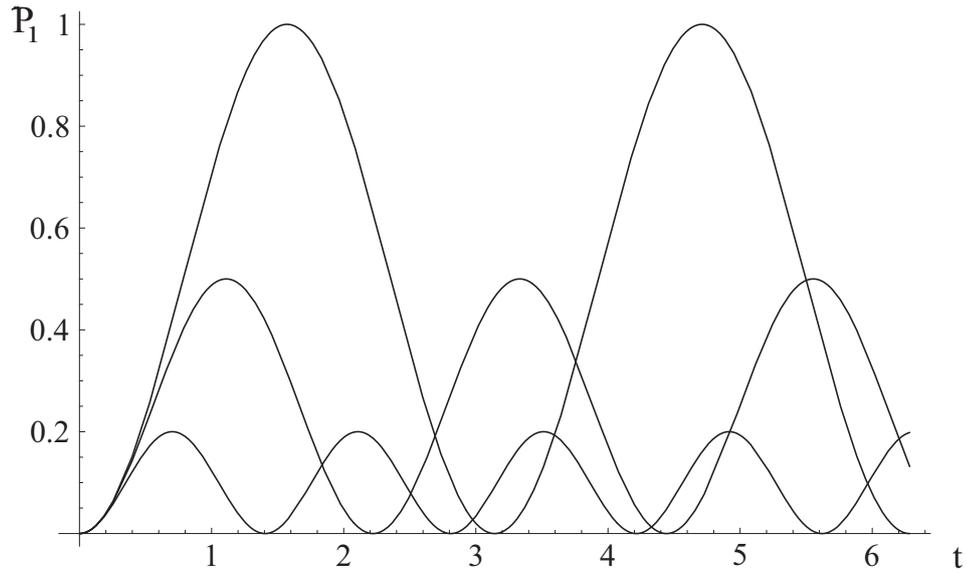
**Abb. 3.13:** Der gelbe Bereich stellt die Fläche dar, die der Blochvektor überstreicht beim Drehen um eine schiefe Achse.

Dies führt dazu, dass sich im Bezugssystem der Mikrowelle die x-Rotationsachse mit der y-Rotationsachse und der z-Rotationsachse zu einer neuen schiefen Achse überlagert (Abb.3.13).

Mithilfe dieser Methode ist es möglich, Rotationen um jede beliebige Achse durchzuführen. Nun würde man annehmen, dass der direkteste Weg auch der schnellste Weg ist. Dies trifft in diesem Fall aber überhaupt nicht zu, da man für den direkten Weg nicht resonante Mikrowellen benutzen muss. Verstimmte Anregungen haben immer eine langsamere Winkelgeschwindigkeit als resonante Anregungen. Zwar ist die Rabi-Frequenz bei verstimmten Rotationen größer, aber bestimmte Zustände in der Bloch-Sphäre werden dafür langsamer erreicht (Abb. 3.14). Verstimmte Rotationen sind nur dann geeignet, wenn zeitlich konstante schiefe Achsen notwendig sind. Zum Beispiel die Hadamard-Operation, ansonsten sind schiefe Achsen eher unerwünscht.

Das Hadamard-Gatter ist definiert als:

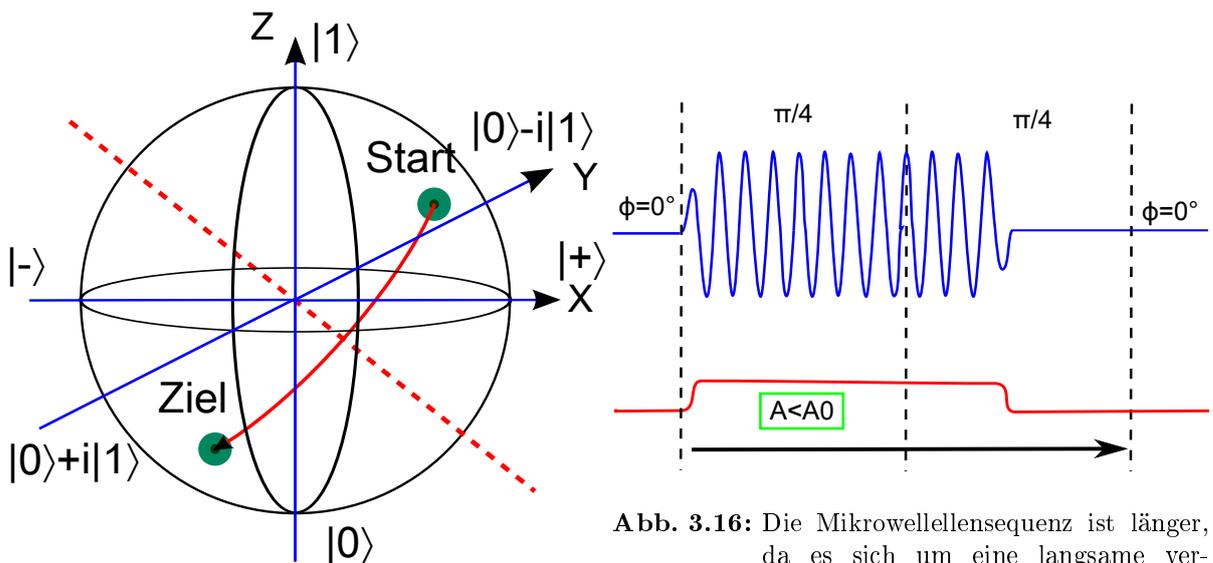
$$A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (3.26)$$



**Abb. 3.14:** Z-Projektionen von Rabi-oscillationen mit bestimmter Verstimmung. Der Betrag der Verstimmungsfrequenz  $\Delta\omega$  ist 0 (Amplitude gleich 1), halb so groß wie die Rabi-frequenz (Amplitude gleich 0.5), genau so groß wie die Rabi-frequenz (Amplitude gleich 0.2). Die Steigung der verstimmtten Schwingungen in der ersten halben Oszillation ist nie größer als die der resonanten Schwingung, damit werden beliebige Zustände langsamer erreicht.

Für  $\Delta\omega = \Omega_R$  und  $\varphi = 0$  erhält man aus Gleichung 3.25

$$H = \frac{1}{2}\Omega_R(\sigma_z + \sigma_x) = \frac{1}{2}\Omega_R \left[ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right] = \Omega_R A \quad (3.27)$$

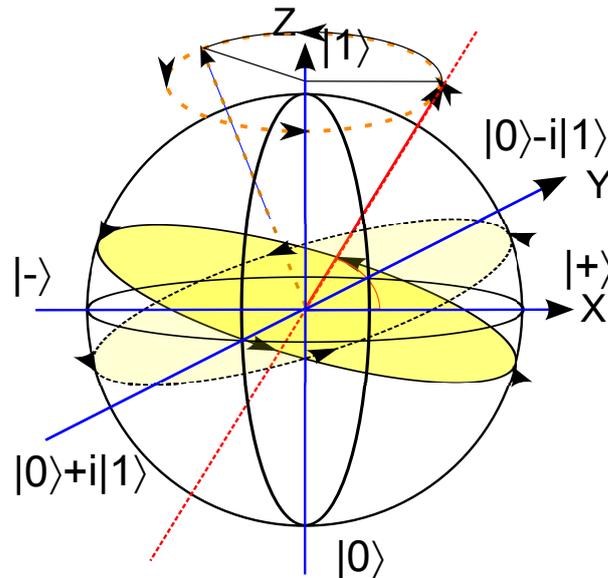


**Abb. 3.15:** Der Blochvektor wird direkt auf geradem Weg vom Startpunkt zum Zielpunkt geführt.

**Abb. 3.16:** Die Mikrowellelensesequenz ist länger, da es sich um eine langsame verstimme Rotation handelt. Entsprechend muss die Amplitude der DC-Pulse abgesenkt werden, damit das System nicht zu weit dreht.

In Abb. 3.15 wird auf dem schnellsten Weg von  $|135^\circ, 315^\circ\rangle$  zu  $|45^\circ, 225^\circ\rangle$  gedreht. Das Ziel wird nach einem Puls erreicht (Abb. 3.16). Die Gesamtdauer beträgt mehr als  $\pi/2$  Einheiten in Abhängigkeit von der Stärke der Verstimmung, und ist damit moderat schnell im Vergleich zu anderen Rotationen.

### 3.9 Die pseudo-verstimmte Rotation



**Abb. 3.17:** Rotation der Rotationsachse, analog zu einer Präzession eines Kreisel

Die pseudo-verstimmte Rotation ist nur dann sinnvoll, wenn man mindestens zwei Qubits betrachtet. Sie heißt deshalb pseudo-verstimmt, weil man gleichzeitig die Resonanzfrequenz des Qubits und die Frequenz der Mikrowelle um den gleichen Betrag verstimmt (Abb. 3.19). Dadurch bleiben Qubit und Mikrowelle in Resonanz, weil nach Abb. 3.14 das die schnellste Rotation ist.

Die doppelte Verstimmung bewirkt, dass der Blochvektor und die Rotationsachse mit gleicher Geschwindigkeit um die Z-Achse rotiert werden. Dadurch entsteht ein relativ komplizierter Rotationsablauf (Abb. 3.17).

Der Nutzen dieser Rotation ist nun folgender: Sind zwei Qubits im gleichen System, dann kommunizieren sie, wenn beide die gleiche Resonanzfrequenz besitzen. Möchte man also die Qubits separat anregen, dann muss man sie einzeln auf eine andere Frequenz bringen und sie dort in Resonanz mit einer Mikrowelle anregen. Die pseudo-verstimmte Resonanz wird zum Beispiel beim Tomographieren von TLFs genutzt (Kapitel 5).

In Abb. 3.18 wird auf dem schnellsten Weg von  $|135^\circ, 315^\circ\rangle$  zu  $|45^\circ, 225^\circ\rangle$  gedreht. Das Ziel wird nur nach einem Puls erreicht (Abb. 3.19). Die Gesamtdauer beträgt genau  $\pi/2$ , und ist damit sehr schnell, im Vergleich zu bisherigen Rotationen.

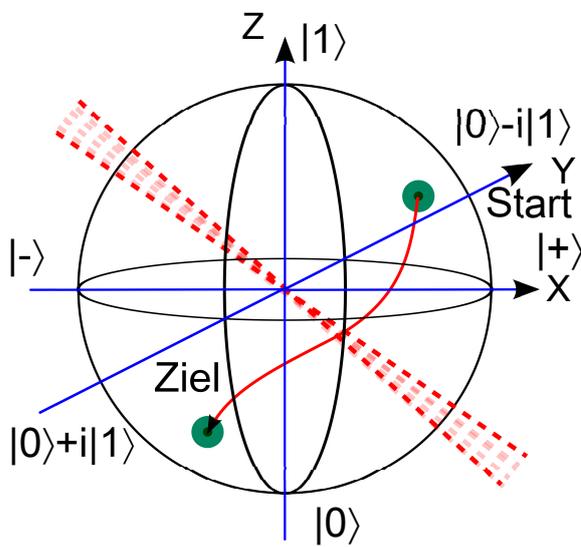


Abb. 3.18: Der Blochvektor wird über einen komplizierteren Weg vom Startpunkt zum Zielpunkt gebracht.

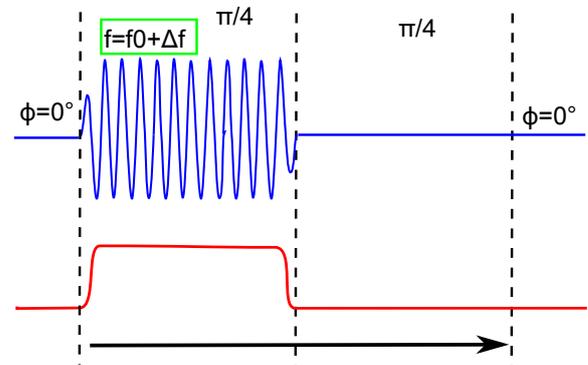


Abb. 3.19: Der Mikrowellenpuls hat hier eine andere Frequenz wie alle anderen Rotationstypen. Dies erlaubt das verbleiben innerhalb der Resonanz während eines DC-Pulses.



# Kapitel 4

## Die Tomographie

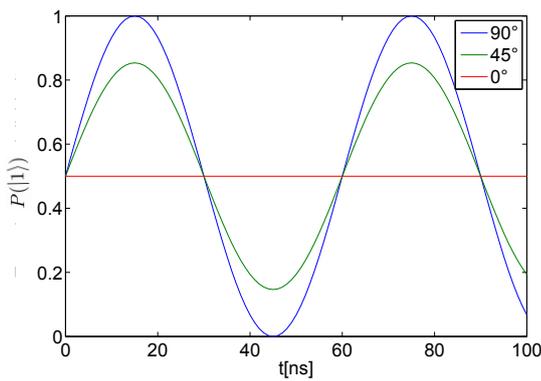
In diesem Kapitel wird über verschiedene Methoden berichtet, eine Tomographie an Quantenbits durchzuführen.

**Definition:** Das quantenmechanische Postulat "Kollaps der Wellenfunktion nach einer Messung" führt dazu, dass man nur eine Projektion des Zustandsvektors messen kann und nicht alle Komponenten erhält. Durch Bestimmen von Mittelwerten und Messungen von unterschiedlichen Projektionen ermittelt man die komplette Information des Systems. Dieses Verfahren nennt man Tomographie.

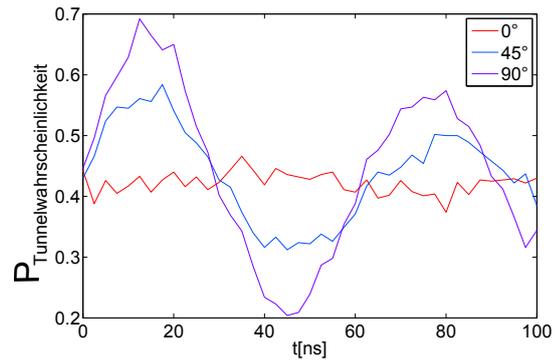
Eine Tomographie eines Qubits ist normalerweise die Bestimmung des aktuellen Zustands durch Angabe der Dichtematrix. In dieser Arbeit befasse ich mich mit der Wiederherstellung des reinen Zustands, d. h. der gemischte Anteil, der durch den Zerfall verursacht wird, wird heraus gefiltert. Das Ziel ist, mit verbesserten Algorithmen stärker zerfallene Zustände auszulesen und damit mehr Operationen auf einem Qubit durchzuführen.

### 4.1 Das Interpretieren von Wahrscheinlichkeiten

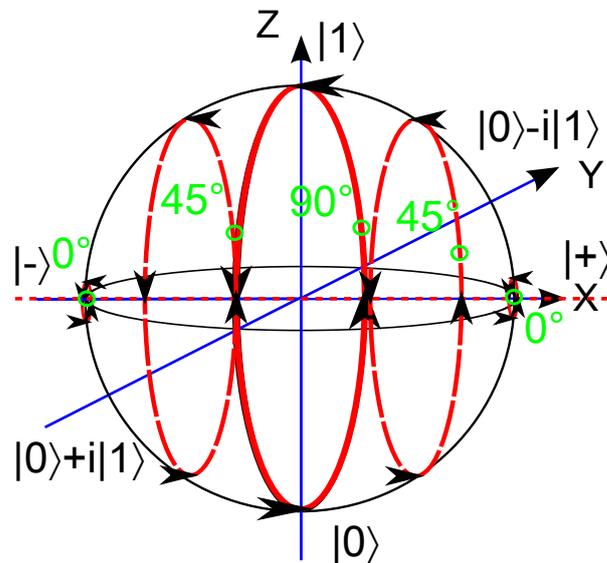
Das Ergebnis einer Messung eines Qubits ergibt immer nur einen der beiden Werte 0 oder 1. Um nun die quantenmechanische Superposition zu messen, ist es erforderlich, Wahrscheinlichkeiten zu bestimmen. Durch mehrfache Wiederholung der gleichen Messung ist es möglich, die Erwartungswerte zu bestimmen und damit die Superposition abzuschätzen. Es erfordert leider eine unendliche Wiederholung des gleichen Experiments, um die theoretisch exakte Superposition zu bestimmen (Abb. 4.1), da der Varianzkoeffizient proportional zu  $\sqrt{1/n}$  ist. Dieses stochastische Rauschen ist unumgänglich und auch eine fiktive ideale Apparatur wird Abweichungen enthalten, siehe Abb. 4.2.



**Abb. 4.1:** Dargestellt sind drei Rotationen um die X-Achse, auf die Z-Achse projiziert. Der Unterschied liegt bei den Startwerten die bei  $(\theta, \varphi) = [(90^\circ, 0^\circ), (90^\circ, 45^\circ), (90^\circ, 90^\circ)]$  liegen.



**Abb. 4.2:** Experimentell durchgeführte Messung (500 Messungen pro Zeitschritt). Ignoriert man die Y-Skala, so erinnert der Verlauf der Messungen an die theoretische Vorhersage.



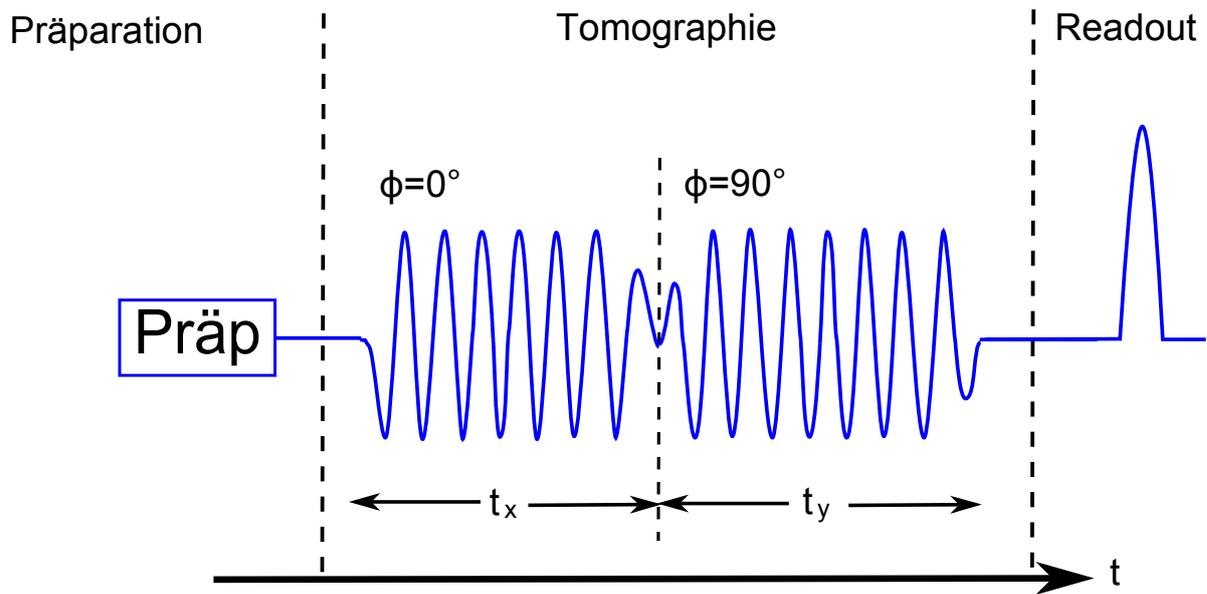
**Abb. 4.3:** X-Achsen Rotationen auf der Blochsphäre: Man erkennt, dass es zu den in Abb. 4.1 dargestellten Projektionen noch einen möglichen Startpunkt der Rotation gibt. Ausnahme ist der Punkt  $(90^\circ, 90^\circ)$ .

In Abb. 4.3 sind fünf verschiedene, grüne Startpunkte des Blochvektors eingezeichnet, welcher mit einer Rotation um die X-Achse gedreht wird. In Abb. 4.1 sind die Z-Projektionen dieser fünf Rotationen eingezeichnet, nach unendlich vielen Messungen. Aus der Projektion kann man erkennen, dass die Amplitude der Sinusschwingungen, die sich aus der Rotation ergeben, proportional zu  $\cos(\varphi)$  ist, d.h. es gibt im Allgemeinen immer zwei Phasen, die die gleiche Amplitude und damit die gleiche Projektion beisiszen. In Abb. 4.2 ist eine echte Messung dieser drei Punkte zu erkennen. Trotz des hohen Rauschens und der kleineren Auflösung ist der Amplitudenvergleich immer noch korrekt. Um nun die Entartung der Phasen aufzuheben und die Phaseninformation vollständig zu bekommen, ist eine Rotation um eine andere Achse

erforderlich.

## 4.2 Die X-Y-Tomographie

Die X-Y-Tomographie wird über X- und Y-Rotationen durchgeführt. Da die X-Rotation senkrecht zur Y-Rotation liegt, können alle  $\theta$ - und  $\varphi$ -Winkel eindeutig bestimmt werden. In Abb. 4.4 ist die benötigte Pulssequenz dargestellt. Nach einer beliebigen Präparation oder Algorithmus wird zunächst mit einem Mikrowellenpuls von variabler Dauer  $t_x$  eine Rotation um die X-Achse durchgeführt. Anschließend wird eine um  $90^\circ$  phasenverschobene Mikrowelle von variabler Dauer  $t_y$  eingestrahlt (entspricht einer Rotation um die Y-Achse). Zum Schluss wird der Zustand ausgelesen.



**Abb. 4.4:** Nach einer beliebigen Präparation eines Zustands, oder einer beliebigen Qubit-Operation wird zuerst eine Rotation um die X-Achse mit der Dauer  $t_x$  und dann um die Y-Achse mit der Dauer  $t_y$  gedreht und mit einem Auslesepuls gemessen.

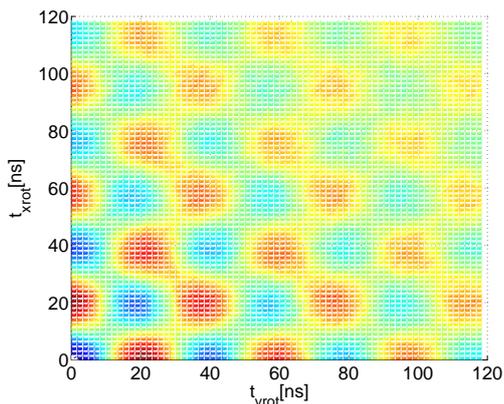
Das Ergebnis ist ein schachbrettartiges Muster (Abb. 4.5). Dies liegt daran, dass die erste Rotation die Amplitude der zweiten Rotation sinusförmig moduliert. Aus der Form des Schachbretts lässt sich nun  $\theta$  und  $\varphi$  bestimmen, indem man die entsprechende Abbildung simuliert und anfährt. Diese Form der Tomographie ist sehr langwierig und nicht elegant, da der Zerfall der Rabioszillation nach zwei Rotationen doppelt so stark ist wie nach einer. Die Messdauer für jeden Zustand beträgt 10 Stunden. Der Eichaufwand ist relativ minimal in Vergleich zu anderen Methoden, es bedarf lediglich einer Eichung der Y-Rotation in Phase und Amplitude.

Abb. 4.5 ist eine Tomographie des  $|0\rangle$  Zustands gezeigt. Die Farben stellen die Besetzungswahrscheinlichkeit des ersten Zustands dar, dabei ist rot maximal und blau minimal. Da die Tomographie zum Zeitpunkt  $t_{xrot} = t_{yrot} = 0$  in der Mitte des blauen Quadrats beginnt, ist das ein eindeutiges Zeichen für den  $|0\rangle$  Zustand. Abb. 4.6 ist die Simulation des  $|0\rangle$  Zustands. Die leichte Überlappung der Felder in der Messung deutet auf einen Phasenfehler in der Präparation hin.

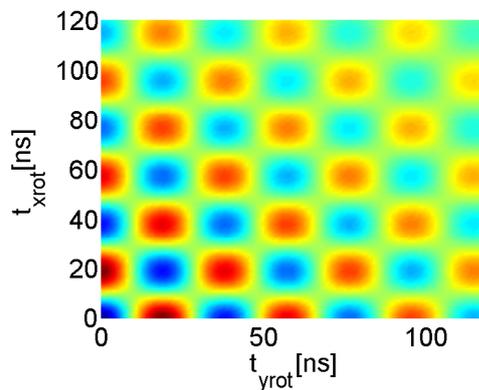
Abb. 4.7 ist eine Tomographie des  $|+\rangle$  Zustands. Das Muster sind diesmal Streifen, die in der

$t_{xrot}$  Richtung zeitlich konstant sind. Dieses Streifenmuster deutet auf einen Eigenzustand der X-Rotation hin, da sich der Blochvektor nur in einem Eigenzustand nicht zeitlich ändert. nur in einem Eigenzustand verändert sich der Blochvektor nicht in der Zeit. Abb. 4.8 ist die Simulation des  $|+\rangle$  Zustands. Die leichte Wellenform des Streifenmusters deutet auf einen Phasenfehler in der Präparation hin.

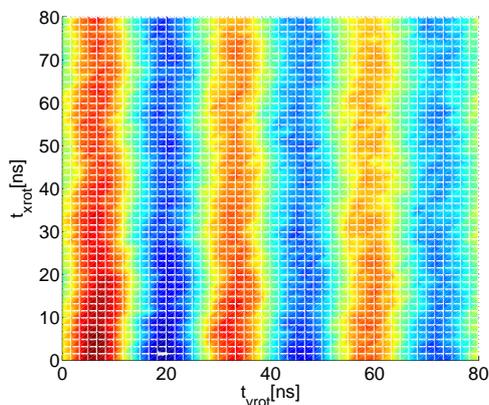
Abb. 4.9 ist eine Tomographie eines beliebigen Zustands, erzeugt durch ungeeichte Rotationen. Die Bestimmung ist hier komplizierter, am effektivsten ist eine Maximum-Likelihood Methode, die Simulationen mit der Messung vergleicht. Damit kann man ermitteln, dass 4.10 relativ gut zur Messung passt und der präparierte Zustand den Wert  $|80^\circ, 120^\circ\rangle$  besitzt.



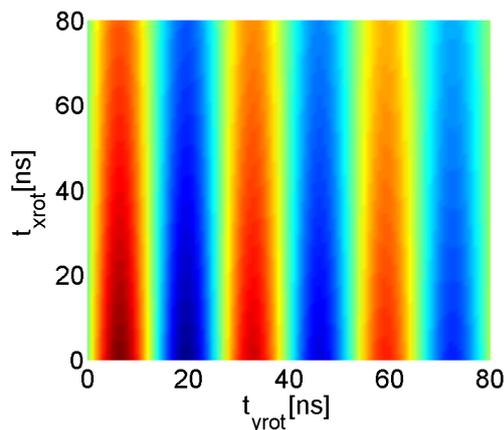
**Abb. 4.5:** Tomographie des  $|0\rangle$  Zustands. Resultat ist ein quadratisches Schachbrettmuster, welches in einem Minimum (blaues Quadrat) beginnt.



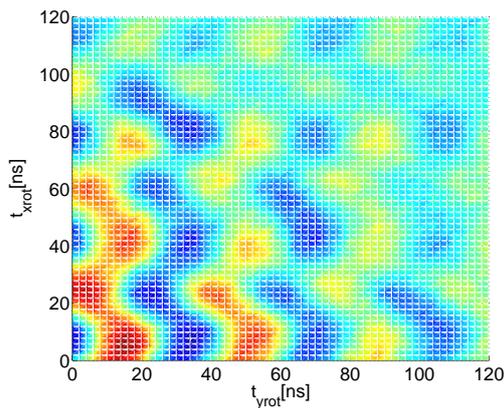
**Abb. 4.6:** Simulation der Tomographie des  $|0\rangle$  Zustands.



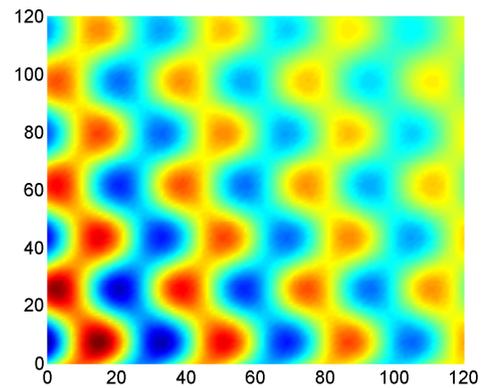
**Abb. 4.7:** Tomographie des  $|+\rangle$  Zustands. Resultat ist ein Wellenmuster, dies liegt daran, dass die X-Rotation im  $|+\rangle$ -Zustand keine Oszillation bewirkt.



**Abb. 4.8:** Simulation der Tomographie des  $|+\rangle$  Zustands.



**Abb. 4.9:** Tomographie eines beliebigen Zustands, erzeugt durch ungeeichte Rotationen. Resultat ist eine verzerrte Wellenform.



**Abb. 4.10:** Simulation des beliebigen Zustandes. Die beste Übereinstimmung liefert der  $|80^\circ, 120^\circ\rangle$  Zustand.

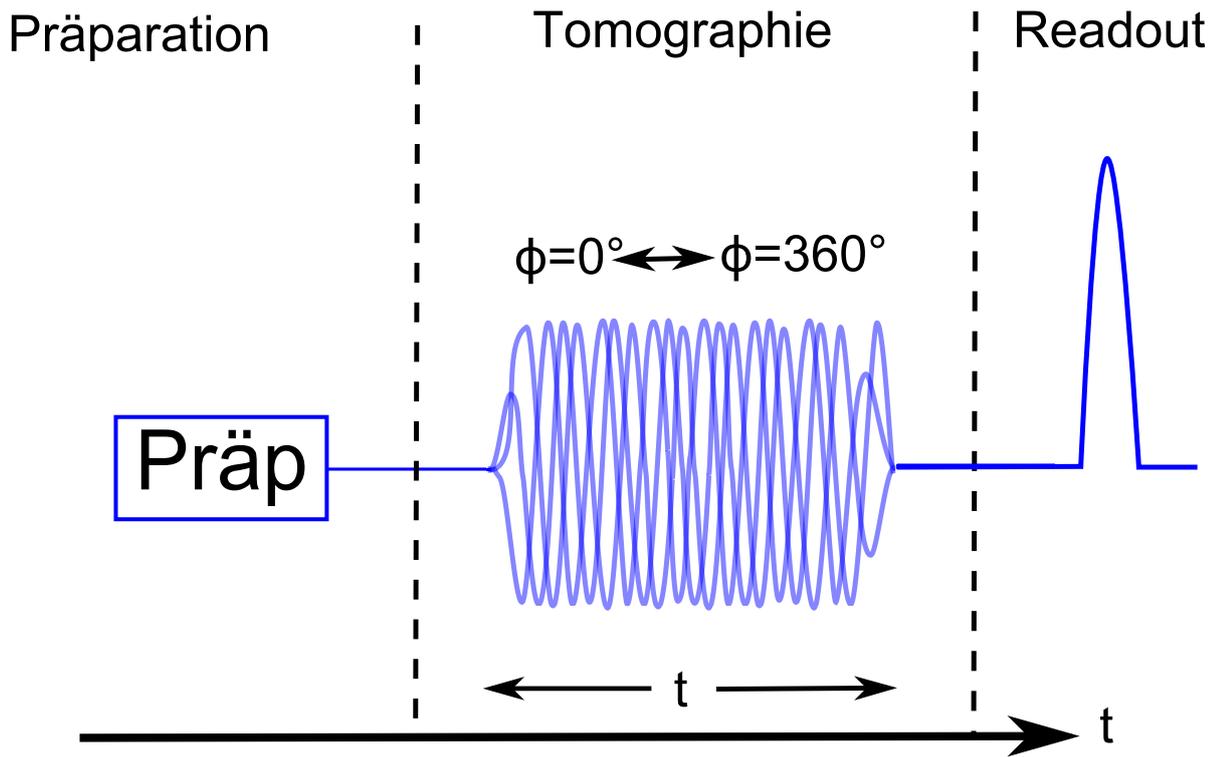
### 4.3 Die radiale Tomographie

Bei der radialen Tomographie werden ebenfalls zwei Parameter variiert: Die Länge des Mikrowellenpulses und seine Phase. In Abb. 4.11 ist die benötigte Pulssequenz dargestellt: Nach der Präparation wird ein Mikrowellenpuls von variabler Länge und Phase eingestrahlt und zum Schluß ausgelesen. Das bedeutet, dass man Rotationen um unterschiedliche Achsen in der X-Y-Ebene durchführt und danach ihre Z-Projektion ermittelt.

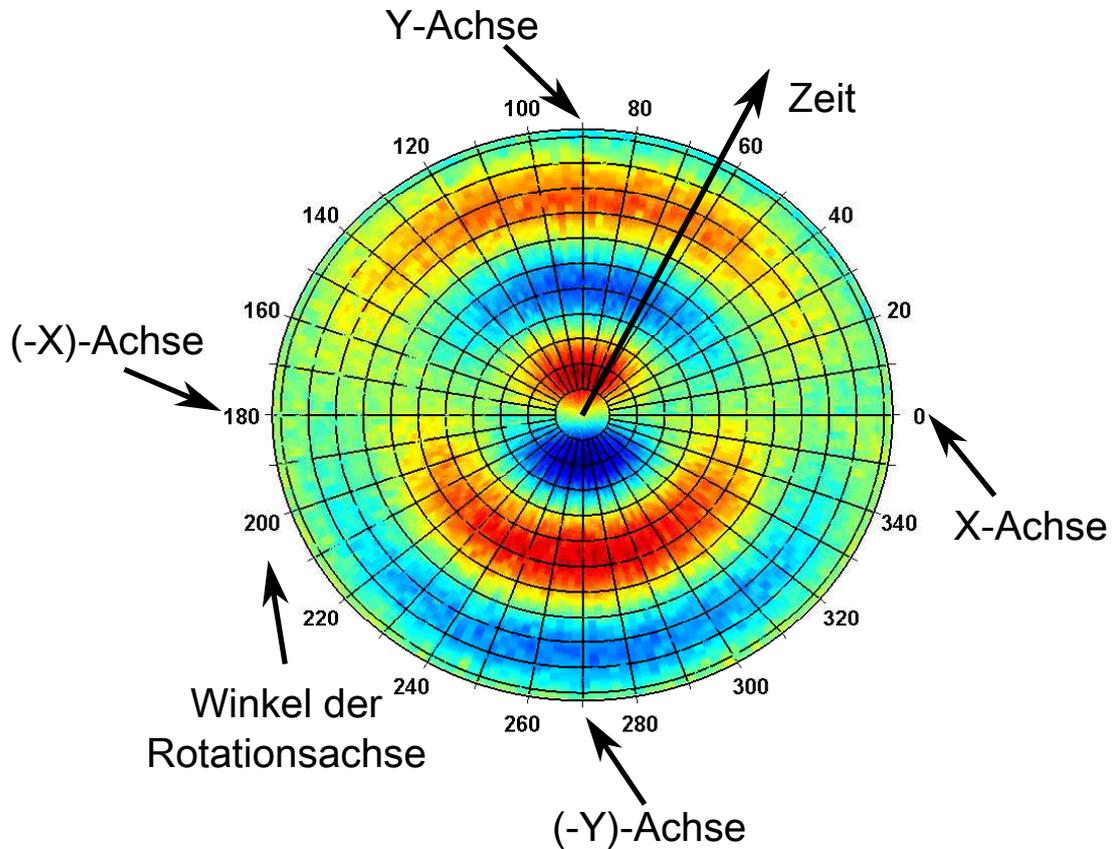
Das Resultat ist ein radiales Bild, welches deutlich Maxima und Minima aufweist, deshalb heißt diese Tomographieart auch radiale Tomographie (Abb. 4.12). Die Farben geben wieder die Wahrscheinlichkeiten an, mit der der erste Zustand besetzt ist. Der Radius der Tomographie entspricht der Dauer des Mikrowellenpulses, je weiter weg ein Messpunkt vom Zentrum liegt, desto länger war die Dauer des Pulses. Der Azimutalwinkel beschreibt den Winkel der Rotationsachse in der X-Y-Ebene, dabei ist die X-Achse als der  $0^\circ$  Winkel und die Y-Achse als der  $90^\circ$  Winkel definiert.

Der Abstand der Minima und Maxima vom Ursprung ermöglicht das Bestimmen des Zustands des Tomographiebildes. Durch den Abstand der Minima und Maxima zum Ursprung ermittelt man den Winkel  $\theta$ , durch den Azimutalwinkel kann man die Phase  $\varphi$  des Zustands bestimmen. Im Fall von Abb. 4.12 ist das der  $|-\rangle$  Zustand.

Der Vorteil zur X-Y-Methode ist, dass jedes Experiment nur aus einem Mikrowellenpuls besteht und damit der Zerfall nur halb so stark ausgeprägt ist. Ein weiterer Vorteil ist, dass man den Zustand leichter mit einer Simulation Abb. 4.13 vergleichen kann. Der Eichaufwand ist im Vergleich zur X-Y-Rotation höher, da eine komplette Eichung aller Rotationsachsen in der XY-Ebene notwendig ist, siehe Kapitel 2.



**Abb. 4.11:** Nach der Präparation wird ein in der Zeit variiertes Mikrowellenpuls eingesetzt. Die Phase der Mikrowelle wird, ebenfalls variiert, so dass alle Winkel in der gewünschten Auflösung gescannt werden.



**Abb. 4.12:** Dieses Bild zeigt ein Ergebnis einer radialen Tomographie des  $|-\rangle$ -Zustands. Die Zeitskala startet im Zentrum und nimmt zum Rand hin zu. Der äquivalente Abstand zwischen Ursprung-Maximum und Ursprung-Minimum, deutet auf ein  $\theta = 90^\circ$ . Die Winkelanzeige am Rand der Abbildung zeigt den Rotationswinkel  $\phi$  der Rotationsachse, um den der Blochvektor gedreht wurde.  $0^\circ$  ist dabei als X-Achse definiert,  $270^\circ$  als Y-Achse. Im vorliegenden Fall tritt das globale Maximum bei der  $90^\circ$ -Achse auf, dies deutet auf die Phase des Blochvektors  $\varphi = 180^\circ$ .

## 4.4 Die Standard-Methode

Ich nenne die Standard-Methode deshalb Standard-Methode, weil sie die übliche Methode ist, einen Punkt im dreidimensionalen Raum zu bestimmen. In der Standard-Methode wird das Qubit nach drei Operationen gemessen, die Identität:  $I$ ,  $90^\circ$  X-Rotation:  $90_x^\circ$  und eine  $90^\circ$  Y-Rotation:  $90_y^\circ$ . Dies entspricht den drei Projektionen, Z-Projektion, X-Projektion und Y-Projektion wie in (Abb. 4.14). Mit Hilfe dieser drei Projektionen lässt sich jeder Punkt im drei-dimensionalen Raum ermitteln.

Diese Methode ist das Standardverfahren um eine Tomographie durchzuführen. Sie ist eine Optimierung der X-Y-Tomographie, nur im Gegensatz dazu, nimmt sie nur die drei notwen-

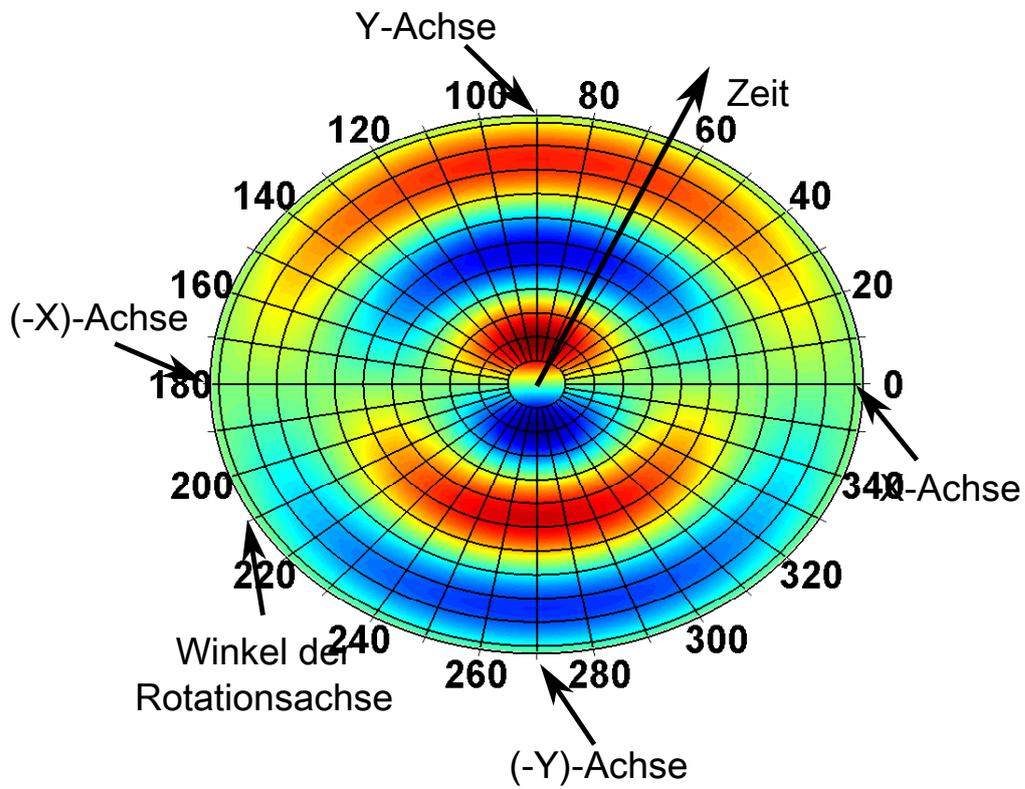
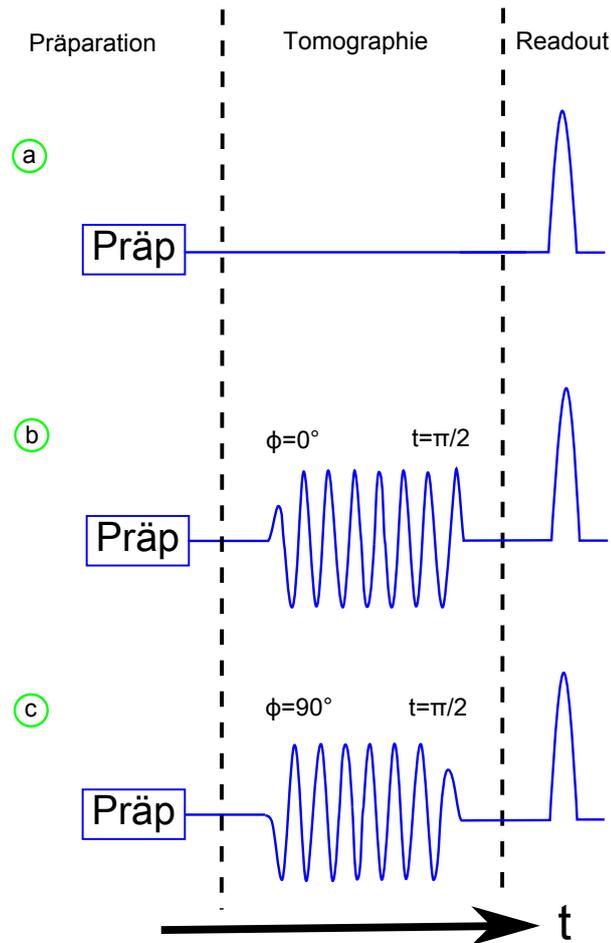


Abb. 4.13: Die Simulation ist dem Original ziemlich ähnlich.

digsten Punkte auf. Dadurch wird die Standard-Tomographie sehr schnell und effizient.



**Abb. 4.14:** In (a) wird direkt nach der Präparation eines Zustands oder einer beliebigen Rotation der Zustand ausgelesen. In (b) bzw. (c) wird noch zusätzlich eine Rotation um die X- bzw. Y-Achse durchgeführt.

## 4.5 Die QSR-Methode

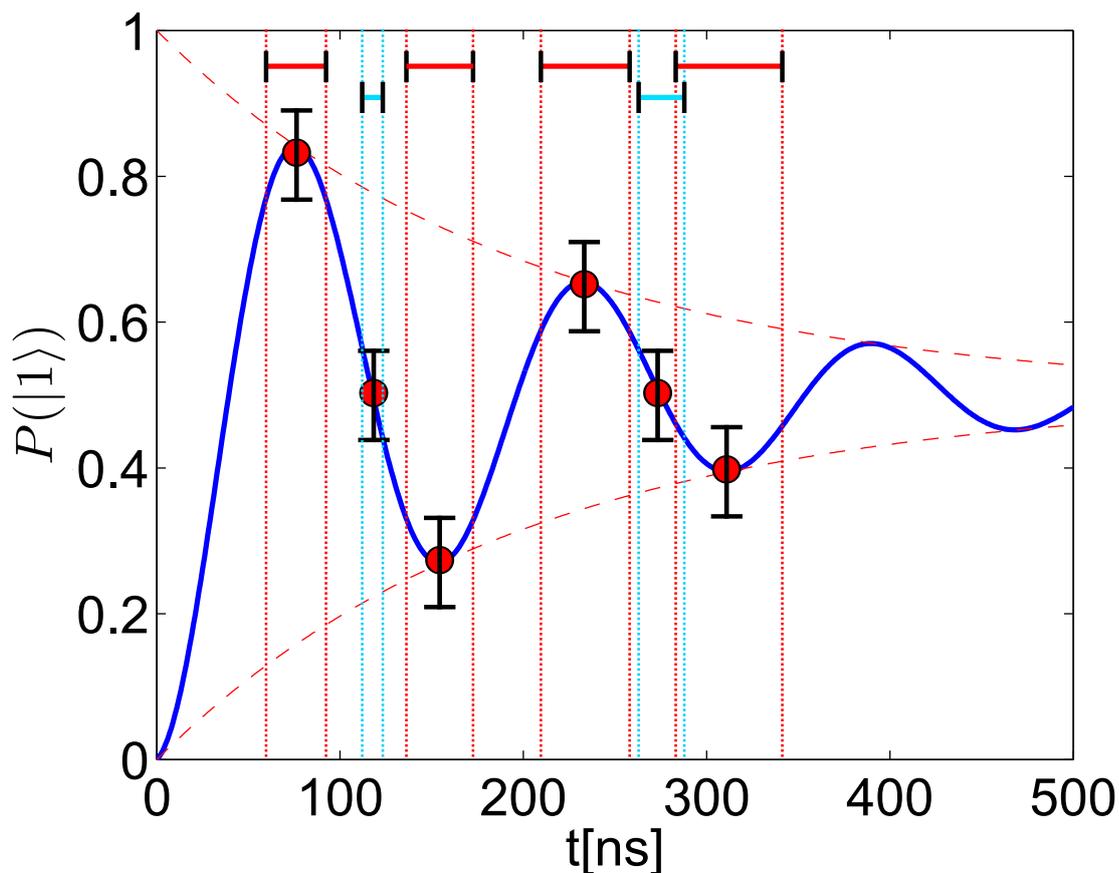
Die QSR-Tomographie oder Qubit-State-Restoration-Tomographie wurde dazu entwickelt, um stark verrauschte Zustände, bzw. stark zerfallene Zustände effizient wiederherzustellen. In der Literatur von Josephson-Qubits ist es üblich, Blochvektoren nicht mit einem Radius von eins auf der Blochsphäre darzustellen, sondern den Blochvektor je nach Stärke des Zerfalls immer kleiner werden zu lassen. Auf den ersten Blick mag diese Darstellungsform sinnvoll erscheinen, da sie drei Informationen enthält ( $\theta$ ,  $\varphi$ , Zerfallszeit). Auf den zweiten Blick macht diese Darstellungsform das Auslesen der Informationen für den Betrachter äußerst schwierig, besonders stärker zerfallene Zustände machen den Eindruck, dass sie nichts weiter wie Rauschen beinhalten.

Ich dagegen habe mich entschieden, den Radius der Blochsphäre konstant auf eins zu lassen und nur den reinen Zustand mit dem Blochvektor zu zeigen. Den reinen Zustand von stark zerfallenen gemischten Zuständen zu bestimmen bringt einige unerwartete Probleme (siehe Kapitel 5 und 6), dafür war es möglich eine klare Rabi-Oszillation auch nach doppelter Zerfallszeit nachzuweisen (Abb. 5.4). Damit endet die Dauer, in der man quantenmechanische Operationen am Qubit durchführen kann, nicht abrupt mit der Lebensdauer des Qubits, sondern kann mit

geeigneten Methoden verlängert werden.

Die QSR-Tomographie ist eine Weiterentwicklung bzw. Kombination der Standard-Tomographie und der radialen Tomographie. Um die QSR-Tomographie zu erklären, habe ich die wichtigsten Fragen aufgelistet und sie beantwortet.

Was ist die Idee hinter der QSR? Die Idee ist folgende: Die Präzision, bzw. Messfehler, die bei einer Messung eines bestimmten Zustand entstehen, sind stark davon abhängig, wo sich der Zustand befindet.



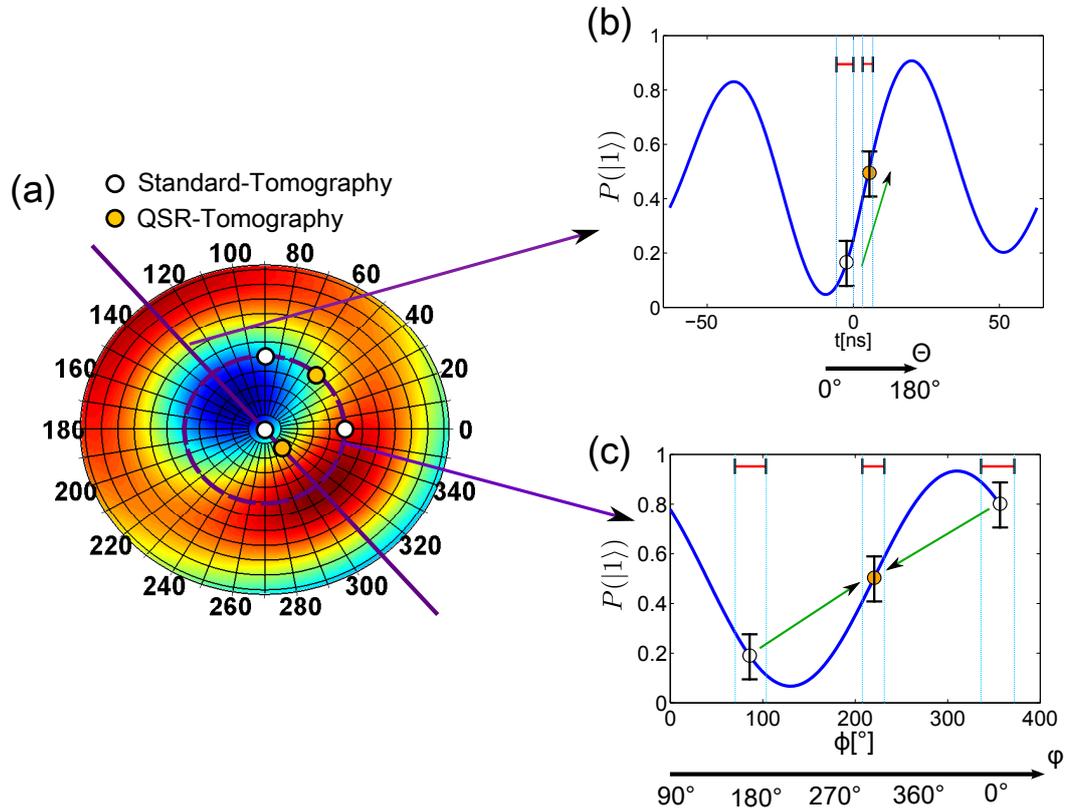
**Abb. 4.15:** Dargestellt ist eine Rabioszillation mit exponentiellem Zerfall. Für verschiedene Positionen auf der Rabioszillation ist der Abschätzungsfehler auf der X-Achse eingezeichnet.

Wie beeinflusst der Messfehler die Messung? Bei einer Rabioszillation mit voller Amplitude (Abb. 4.15), entwickelt sich der Winkel  $\theta$  linear mit der Zeit. Das heißt, mit Hilfe der Information über die Besetzungswahrscheinlichkeit (und Zerfallsdauer) ist es möglich,  $\theta$  an der X-Achse ablesen. Mit Hilfe der verstrichenen Zeit und Rabiperiode wird noch der Winkel  $\theta$  zur Zeit  $t=0$  bestimmt. Leider gibt es noch einen statistischen Fehler, beim Ablesen von der Besetzungswahrscheinlichkeit des Zustands des Qubits. Es ist möglich, diesen Fehler durch einen vertikalen Fehlerbalken zu visualisieren.

Ist dieser Fehlerbalken anders für jedes  $\theta$ ? Nein, in erster Näherung ist er überall gleich. Das Problem ist nun, wenn man aus der Besetzungswahrscheinlichkeit  $\theta$  bestimmen möchte,

muss man den Fehlerbalken auf die Zeit, bzw.  $\theta$  Achse projizieren. Dadurch wird die Breite des Fehlerbalken indirekt proportional zur Steigung der Sinusfunktion in der X-Projektion. In Abb. 4.15 sind die roten Fehlerbalken auf der X-Achse am größten, wenn sie sich auf den Extrempunkten befinden. Die blauen Fehlerbalken an den Wendepunkten sind wesentlich kleiner.

Das heißt, man sollte  $\theta$  am Ort der größten Steigung auslesen? Genau so ist es, die QSR macht nichts anderes, als einen Zustand kontrolliert an die Position der größten Steigung zu transformieren und erst dann auszulesen. Dies macht den Auslesefehler minimal.



**Abb. 4.16:** In (a) sind alle Messpunkte der radialen, Standard- und QSR-Tomographie eines beliebigen Zustands eingezeichnet. In (b) und (c) ist der Fehlerbalken zur Bestimmung von  $\theta$  und  $\varphi$  eingezeichnet.

Wie funktioniert das genau bei der QSR? In Abb. 4.16 (a) werden zwei Ausschnitte aus einer radialen Tomographie eines beliebigen Zustands dargestellt. Der erste Ausschnitt ist ein gerader Schnitt durch das Minimum, Zentrum und Maximum der radialen Tomographie. Der zweite Ausschnitt ist ein Kreisschnitt um das Zentrum mit dem Radius von einem Viertel der Rabiperiode. Die weißen Punkte zeigen die Zustände, welche von der Standard-Tomographie gemessen werden.

Warum wurde dieser gerade Schnitt gewählt? Der Grund ist, der Schnitt hat die Form einer Sinusschwingung und genau in diesem geraden Schnitt ist die Amplitude maximal (Abb. 4.16 (b)). Der zweite Grund ist, genau im Maximum befindet sich der Blochvektor im  $|1\rangle$  Zustand, analog dazu der  $|0\rangle$  Zustand im Minimum, damit ändert sich  $\theta$  linear von  $0^\circ$  zu  $180^\circ$ , dadurch wird die Zeitskala ein Maß für den  $\theta$  Winkel. Um den minimalsten Fehler für  $\theta$  zu erhalten, muss man nun den Blochvektor an die Stelle der maximalen Steigung transformieren (dargestellt durch den grünen Pfeil).

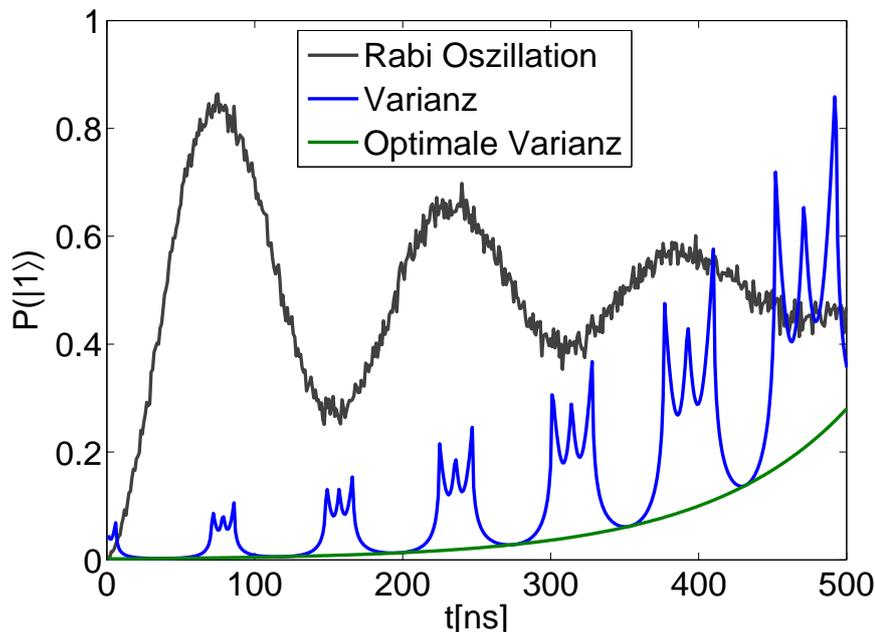
Und warum macht man diesen Kreisschnitt? Mit Hilfe der Kreisform wird der Winkel  $\varphi$  berechnet, da der Winkel  $\phi$  auf der X-Achse proportional zu  $\varphi$  ist (Abb. 4.16 (c)). Der Radius wurde so gewählt, um wieder die maximale Amplitude der Sinusschwingung zu bekommen. Bringt man den Blochvektor wieder genau an die Stelle mit maximaler Steigung (dargestellt durch den grünen Pfeil), so wird  $\varphi$  mit minimalem Fehler bestimmt.

Woher weiß die QSR, wo die Stellen der maximalen Steigung sind? Die QSR ist ein Verfahren um mit wenigen Messungen eine hohe Auflösung zu bekommen. Damit man die QSR anwenden kann, muss man zunächst die Standard-Methode mit wenigen Messungen durchlaufen lassen, um beide Winkel grob abzuschätzen. Mit diesen simuliert man eine radiale Tomographie (Abb. 4.16 (a)) und berechnet die Positionen der minimalen Fehler (orange Punkte).

Möglicherweise wird dann der Bereich der maximalen Steigung nicht genau getroffen. Es ist nicht so wichtig, diesen Bereich genau zu treffen, sondern nur grob in diesen Bereich zu kommen, an der Genauigkeit ändert es nicht so viel.

Kommt die QSR-Tomographie mit nur zwei Messungen pro Iterationsschritt aus? Nicht ganz, dies ist abhängig von den Nebenbedingungen. Ist die Amplitude der Rabi-Oszillationen der Tomographie bekannt, dann ist ein dritter Punkt nicht notwendig. Falls nicht, muss die Amplitude der Rabi-Oszillationen zusätzlich bestimmt werden.

Wann sollte ich die QSR-Tomographie verwenden? Für sehr grobe Auflösung reicht die Standardmethode vollkommen aus. Aber für präzise Messungen, zum Beispiel um die Messung in einem Artikel zu veröffentlichen, spart die QSR Messzeit und gibt trotzdem hervorragende Präzision.



**Abb. 4.17:** Eingezeichnet ist eine Rabi-Oszillation (grau) mit Rauschen und exponentiellem Zerfall. Aus der Rabi-Oszillation wird die Phase der Sinusschwingung berechnet und die Varianz (blau) im Bezug zum wahren Wert abgeschätzt. Dazu ist die minimalst mögliche Varianz (grün) eingezeichnet.

Um die Leistungsfähigkeit der QSR-Tomographie abzuschätzen, wurde eine Rabioszillation

simuliert und daraus Phasenwinkel der gedämpften Sinusschwingung errechnet. Aus der Abweichung zum echten Winkel wurde die Varianz berechnet (blau). Die grüne Kurve ist die Varianz, die man bekommen würde, wenn man alle Messungen nach der Methode der QSR-Tomographie bestimmt. Einen echten Vergleich kann nur ein direkter Vergleich zwischen der Standard- und QSR-Tomographie bringen. Leider hatte das Programm, mit dem die QSR-Tomographie gemacht wurde, die Diskretisierung des AWG nicht beachtet. Dadurch haben alle Messwerte einen systematischen Fehler bis zu fünf Grad, der mit mehr Messpunkten nicht reduziert werden konnte. Dadurch konnte kein direkter Vergleich zwischen Standard- und QSR-Methode durchgeführt werden.

## 4.6 Der Ausblick

Optimierung ist ein äußerst wichtiger Punkt, der in der Physik oft stark unterschätzt wird. Meistens wird in Richtung neuer Effekte oder dem Nachweis komplizierter physikalischer Effekte wie z.B. Verschränkung geforscht. Dabei wird meistens die Bedeutung von guten Werkzeugen unterschätzt. Auch eine Auswertungsmethode ist ein Werkzeug, welches gut oder schlecht sein kann. Warum sollte ein Qubitdesign, das 100 ns längere Zerfallszeit hat, bedeutender sein als ein Auswertungsprogramm, welches ein Auslesen der Zustände 200 ns nach der Zerfallszeit ermöglicht? Die QSR-Tomographie hat eigentlich wenig mit Physik zu tun, sie ist nur ein Werkzeug um physikalische Effekte sichtbar zu machen. Aber nur mit bestem Werkzeug kann man die besten Ergebnisse erzielen, deshalb haben effiziente Methoden Zukunft. Deshalb könnte die QSR-Methode sich im Bereich der Josephson-Qubits durchsetzen.



# Kapitel 5

## Die Messungen

In diesem Kapitel werden die experimentellen Ergebnisse der Tomographie an einem Qubit vorgestellt. Dabei wird ein Teil von den in Kapitel 3 beschriebenen Rotationen experimentell durchgeführt. Es ist wichtig anzumerken, dass der experimentelle Aufbau nicht für das neue Qubit („neuer Chip“) angepasst war, wodurch im Vergleich zu dem alten Qubit („alter Chip“), wesentlich mehr Reflektionen und andere Störungen auftraten. Trotz vier intensiver Wochen ist es nicht gelungen, bessere Ergebnisse und andere Experimente auf dem neuen Qubit erfolgreich zu erreichen. Die Messungen des alten Qubits sind wesentlich rauscharmer, wurden aber nur zu Testzwecken durchgeführt und nicht zur qualitativen Auswertung. Voraussetzung für dieses Kapitel ist die CS-Eichung, alle Rotationstypen und die QSR-Tomographie beschrieben in Kapitel 2,3 und 4.

### 5.1 Die grafische Darstellung am Beispiel einer Rabi-Oszillation

Um die entwickelte QSR-Methode zur Quantentomographie zu testen, wurde zunächst versucht, die Bewegung des Bloch Vektors während einer Rabioszillation abzubilden. Um dies zu erreichen wurde eine Mikrowelle über einen variablen Zeitraum  $\Delta t$  eingestrahlt, um die Zustände zu präparieren. Zu erwarten wäre ein Verlauf wie in 3.3. Natürlich kann man die kontinuierliche Bewegung nicht sichtbar machen, sondern nur einzelne Messpunkte. Um die Messpunkte zu bekommen, wird nach der Präparation eine Tomographie mit der QSR-Methode durchgeführt und die beiden Winkel des Blochvektors  $\theta$  und  $\varphi$  bestimmt. Diese Winkel werden dann als Punkte in die Blochsphäre eingezeichnet und mit Linien verbunden.

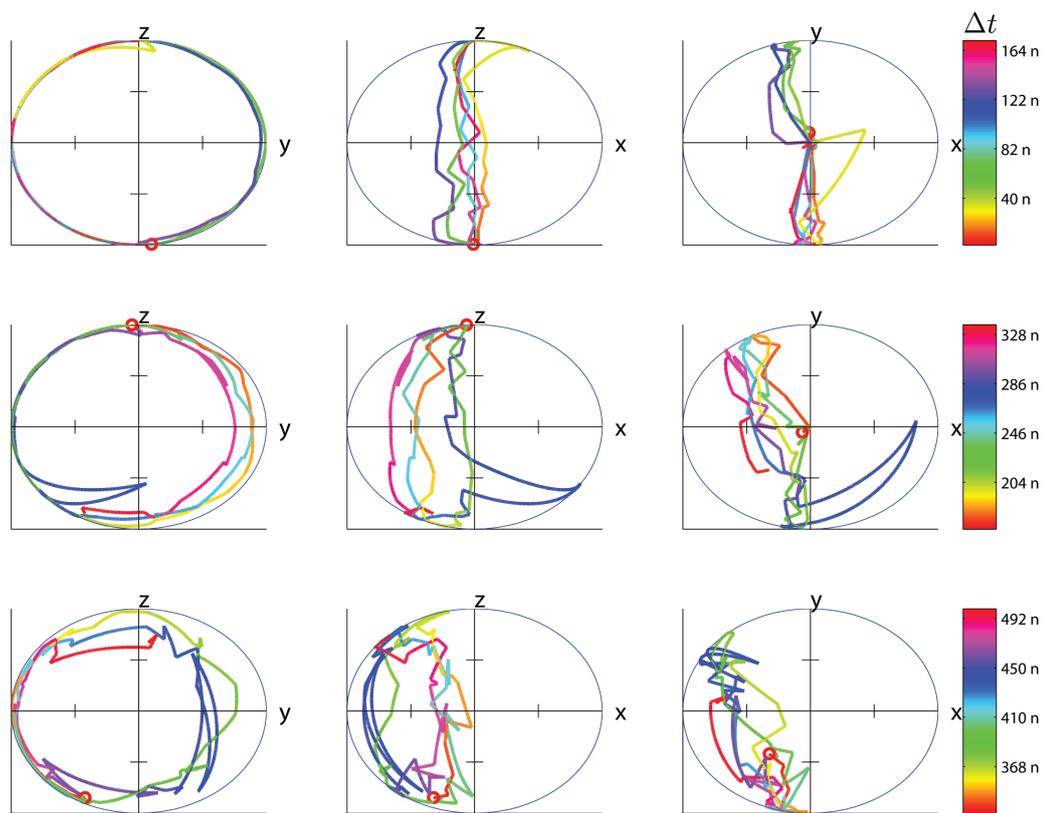
In Abb. 5.1 sind die 3 Projektionen der Blochsphäre horizontal dargestellt; von links nach rechts, z-y-Projektion, z-x-Projektion und x-y-Projektion; bzw. Ansicht von vorne, von der Seite und von oben.

Der rote Punkt in jeder der Darstellungen zeigt den Anfang der Rotation.

Zur besseren Darstellung der Rotationen wurde die zeitliche Entwicklung mit Farben dargestellt: ganz rechts befindet sich für jede Zeile die farbliche Zeitskala in Sekunden.

Um ein Bild nicht zu überfüllen, werden gegebenenfalls unterschiedliche zeitliche Abschnitte untereinander dargestellt.

In Abb. 5.1 sieht man auf der Blochsphäre einen farblichen Kreis genau auf der Begrenzungslinie. Dies ist ein eindeutiges Zeichen einer Rabi-Oszillation um die x-Achse. Der rote Ring befindet sich ganz unten, somit fängt das System beim Zustand  $|0\rangle$  an, um die x-Achse zu rotieren. Im Bild oben in der Mitte erkennt man annäherungsweise eine Linie durch die z-Achse, die aus insgesamt fünf Linien besteht, dies bedeutet, dass das System insgesamt zweieinhalb mal rotiert ist. Im Bild rechts oben sollte dies auch eine Linie auf der y-Achse sein, man erkennt aber schon leichte Abweichungen. An der Zeitskala ganz rechts oben kann man nun die Rabiperiode bestimmen. In 165 ns wurden 2,5 Umdrehungen gemacht, dies entspricht einer



**Abb. 5.1:** Rabi-Oszillation auf dem neuen Chip. Eine ideale, dekohärenzfreie Oszillation würde in der ersten Spalte einen Kreis und in der mittleren und rechten Spalte eine vertikale Linie ergeben.

Rabiperiode von circa  $T=65$  ns. Dort kann man auch ablesen, wie lange der Mikrowellenpuls (um die Rabi-Oszillation durchzuführen) eingestrahlt wurde um diesen Zustand zu erreichen. In den nächsten zwei Zeilen erkennt man deutlich, dass die Oszillation immer weiter in Richtung der negativen x-Achse abweicht und zu einem bestimmten Punkt konvergiert. Diesen Effekt nenne ich Schatten-Oszillation.

## 5.2 Die Schatten-Oszillation

Die Theorie der Schatten-Oszillation wurde deshalb entwickelt um das merkwürdige Verhalten der Tomographiebilder zu erklären, die eine Konvergenz des Blochvektors für sehr lange Mikrowellenpulse vorhersagen. Eine nähere Analyse ergab, dass wenn man nach einem sehr langem Mikrowellenpuls (Bestrahlungszeit ist sehr viel größer als die Lebensdauer) die Phase der Mikrowelle ändert, Rabi-Oszillationen auftreten, die physikalisch unmöglich sind.

Um die Schatten-Oszillation zu verstehen ist es erstmal notwendig, zu verstehen, wie ein Sättigungslevel definiert ist. Eine Rabi-Oszillation die einem dekohärentem Zerfall unterliegt, kann

man wie eine gedämpfte Schwingung beschreiben. In diesem Fall ist das Sättigungslevel genau die Mitte dieser Oszillation, da für eine unendlich lange Zeit genau dieser Wert angenommen werden würde, unabhängig wie hoch die Amplitude oder die Dämpfung wäre. Bei einem Qubit jedoch existiert noch ein anderer Zerfall  $t_1$ . Dieser Zerfall bewirkt, dass mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit der Zustand  $|1\rangle$  in den Zustand  $|0\rangle$  zerfällt. Dieser Zerfall bewirkt, dass der Sättigunglevel immer unter der Mitte der Oszillation liegt und ist abhängig vom Verhältnis der Amplitude der Mikrowelle und  $t_1$ .

Die Schatten-Oszillation beruht nun darauf, dass eine Änderung des Sättigungslevels eine Oszillation hervorruft. Abb. 5.2 demonstriert, wie eine kurzzeitige Änderung des Sättigungspunktes eine Oszillation auslösen kann. Analog könnte man sich vorstellen, dass eine Masse die an einer Feder hängt, und das eine Ende der Feder einen Stoß bekommt.

Diese Änderung des Sättigungslevels beruht auf der Änderung der Amplitude der Mikrowelle. Durch Reflektionen innerhalb der elektronischen Bauelemente wird die Mikrowelle künstlich verlängert. Diese Verlängerung der Mikrowelle, die nur noch die Reflektion der ursprünglichen Mikrowelle darstellt, bezeichne ich als kritische Zone. In Abb. 5.3 wird die einfallende Welle (blau) an Bauelementen reflektiert (rot), die sich mit dieser überlagern und eine neue Welle bilden (grün). Ab der Zeit  $t = 1000$  ns wird nun die Phase der Mikrowelle verändert (z. B. ein Tomographiepuls). Je nach der Phase der nachfolgenden Mikrowelle relativ zur anfänglichen Phase gibt es im Bereich der kritischen Zone eine konstruktive oder destruktive Überlagerung mit der Reflektion der Vorgänger Mikrowelle und der neuen Mikrowelle. Durch diese Überlagerung ändert sich die Intensität der Mikrowelle und damit das Sättigungslevel.

In Abb. 5.2 ist eine Rabi-Oszillation zu sehen, die nach  $\Delta t = 1000$  ns ziemlich stark abgeklungen ist. Ab der Zeit  $t = 1000$  ns passiert ein kontrollierter Phasensprung der Mikrowelle um  $90^\circ$ . Dieser Phasensprung bewirkt nun ein kurzzeitiges Absenken des Sättigungslevels.

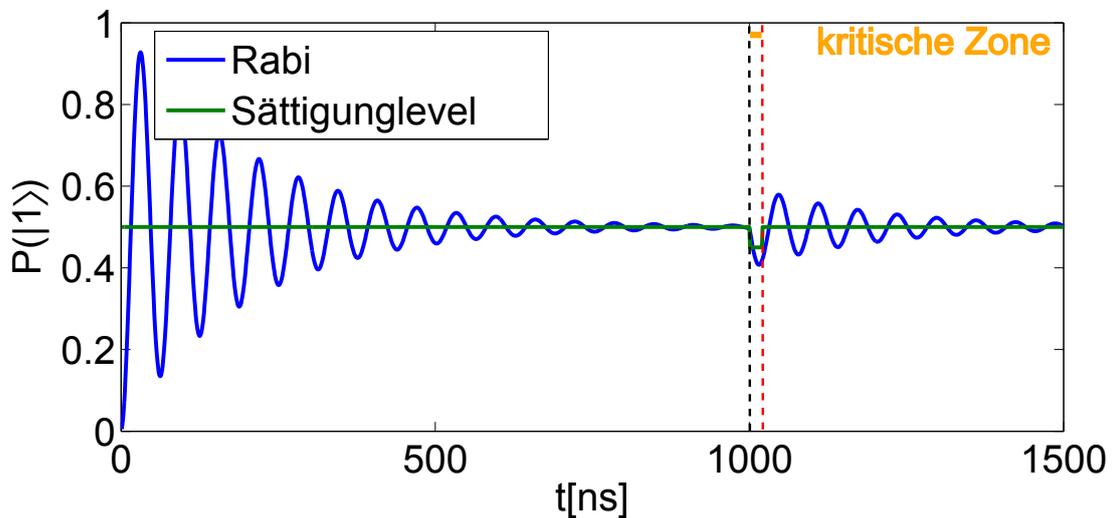
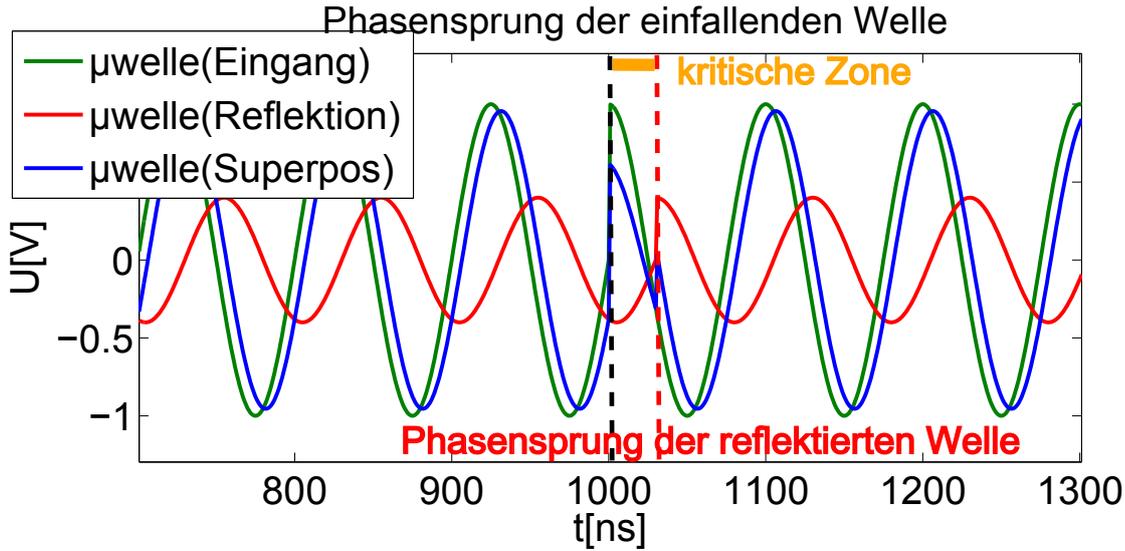


Abb. 5.2: Rabi-Oszillation mit anschließendem Phasensprung.

Auf die Tomographie übertragen bedeutet das, dass je kleiner die Rabi-Oszillation wird, desto größer wird der parasitäre phasenabhängige Anteil der Schatten-Oszillation. Die Geschwindigkeit der parasitären Konvergenz ist abhängig von der Zerfallszeit  $\tau$  der Rabioszillation und der Intensität der Schatten-Oszillation. In Abb. 5.1 beträgt die Rabi-Zerfallszeit  $\tau = 220$  ns.



**Abb. 5.3:** Eingestrahlte Mikrowelle mit Reflektion und einem Phasensprung.

Dennoch kann man auch nach der doppelten Zerfallszeit einen relativ deutlichen Kreis erkennen.

Diesen systematischen Fehler kann man nachträglich teilweise korrigieren, indem man den Schatten-Anteil der Messung mathematisch berechnet und die Messwerte korrigiert.

In Abb. 5.1 in der unteren Bildzeile erkennt man dass die immer kleiner werdenden Rabi-Oszillationen ungefähr zum Zustand  $|90^\circ, 200^\circ\rangle$  konvergieren. Somit ergibt sich für den experimentell berechneten Zustand

$$|\Psi_{exp}\rangle = A_1 \exp(-t/\tau)|\Psi_{rein}\rangle + A_2(1 - \exp(-t/\tau))|90^\circ, 200^\circ\rangle \quad (5.1)$$

$$A_1 : \text{Amplitude der Rabi-Oszillation} \quad (5.2)$$

$$A_2 : \text{Amplitude der parasitären Oszillation} \quad (5.3)$$

$$(5.4)$$

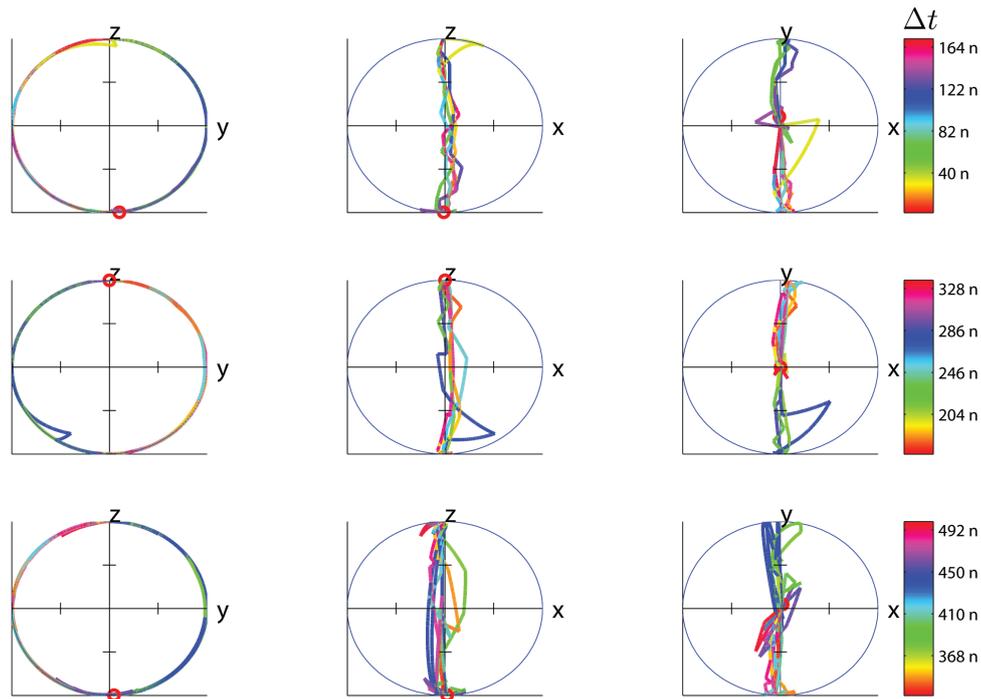
Für  $\theta = 90^\circ$  ist die Berechnung noch relativ unkompliziert und ist mit der empirisch vereinfachten Formel berechenbar.

$$\theta_{corr} = (\theta - 90^\circ) / \exp(-t/t_{corr}) + 90^\circ \quad (5.5)$$

$$\varphi_{corr} = \varphi + (1 - \exp(-t/t_{corr})) * (\varphi_{dekohärent} \pm 90^\circ) \quad (5.6)$$

Durch Ausprobieren einiger Parameter kommt man relativ schnell auf ein gutes Ergebnis. Das exakte Berechnen der Korrekturparameter wäre auch möglich, erfordert allerdings zusätzliche Eichungen. Angewendet auf die Rabi-Oszillation oben, bekommt man eine relativ gute Kreisbahn sogar für Werte über der doppelten Zerfallszeit (Abb. 5.4).

Die Schatten-Oszillation existiert zwar, allerdings ist ihr Einfluss so extrem gering, dass es diese beobachteten Oszillationen unmöglich erklären kann. Das Hauptproblem ist, dass sich das Qubit so verhält, als ob es auch nach extrem langer Zeit immer noch ein eindeutiges  $\theta$  und  $\varphi$  besäße, genau an dem Punkt, auf den die QSR-Tomographie konvergiert. Dieser „Zustand“ besitzt alle Eigenschaften eines „normalen“ Zustands. Es ist möglich ihn mit einem

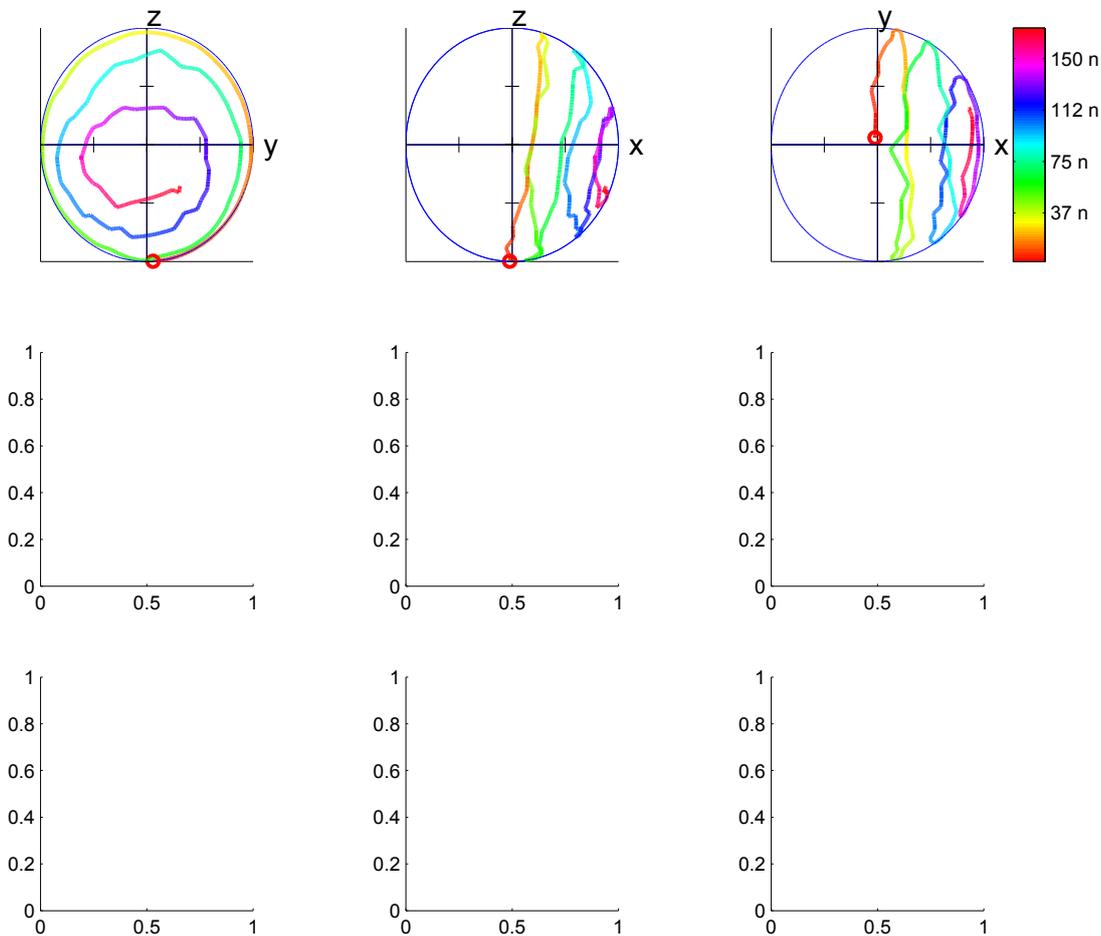


**Abb. 5.4:** Rabi-Oszillation aus 5.1 mit korrigierter parasitärer Schatten-Oszillation.

DC-Puls in der Phase  $\varphi$  eindeutig zu verschieben und zu tomographieren, er ist jedes Mal reproduzierbar, seine „Zerfallszeit“ stimmt mit der „normalen“ Zerfallszeit des Qubits überein, bei Änderung der Mikrowellenamplitude ändert sich die Oszillationsfrequenz, wie bei einem „normalen“ Qubit. Keine parasitäre Änderung der Mikrowellenamplitude könnte an einem Qubit, dessen Phase komplett zerfallen ist, eine Rabi-Oszillation in der Größenordnung mit der gleichen Frequenz wie zuvor auslösen. Eine Änderung der Resonanzfrequenz könnte ebenfalls keine Rabi-Oszillation in der Größenordnung auslösen. Eine parasitäre Oszillation, die eine Änderung des Auslesepulses bewirkt, würde auch wenn sie die gleiche Frequenz und Abklingzeit wie das Qubit hätte, nicht eine Frequenzabhängigkeit von der Amplitude der Mikrowelle besitzen und schon gar nicht die gleiche Abhängigkeit wie das Qubit selbst.

Es mag ja physikalisch nicht möglich sein, dass die Phaseninformation eines Qubits erhalten bleibt. Aber im Moment gibt es keine andere Erklärung oder Messung, dass dies doch nicht so wäre.

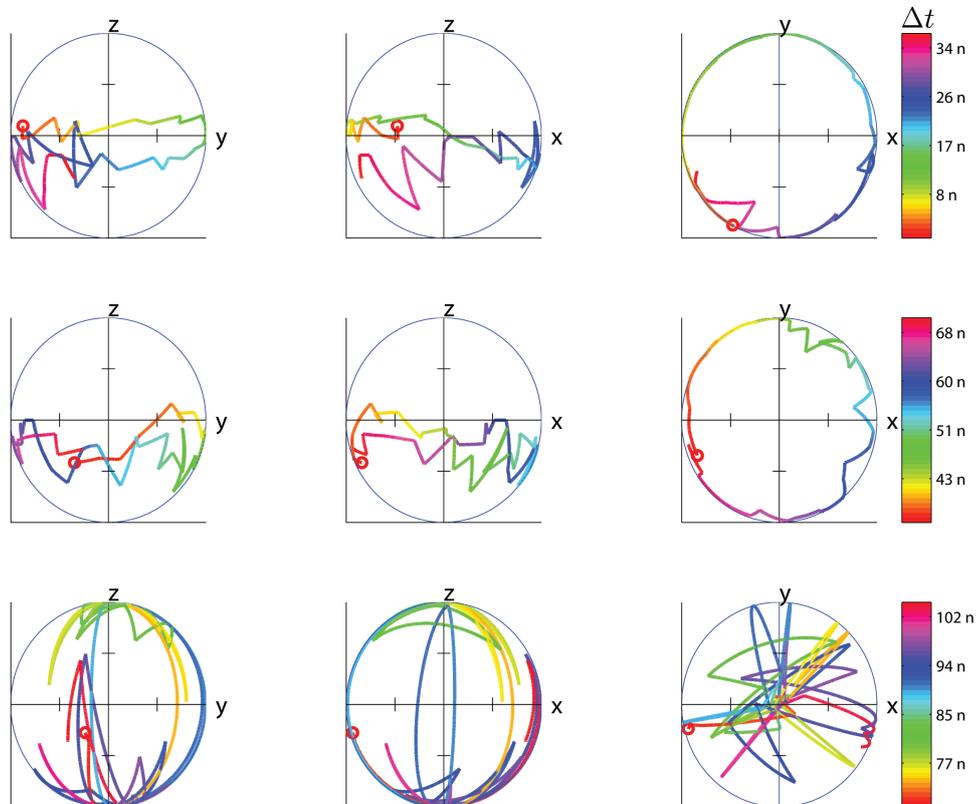
### 5.3 Die Rabi-Oszillation



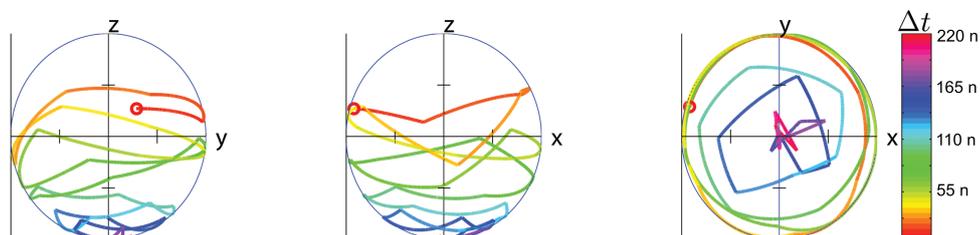
**Abb. 5.5:** Rabi-Oszillation am alten Chip. Es ist ein starker Drift des Blochvektors in Richtung der positiven Achse zu erkennen, verursacht durch eine Schatten-Oszillation. Eine ideale Rabi-Oszillation würde in der ersten Spalte einen Kreis und in der mittleren und rechten Spalte eine vertikale Linie ergeben.

In Abb. 5.5 gibt es ähnlich wie bei Abb. 5.1 eine Rabi-Oszillation zu sehen. Die Kontrollsequenz (eine über die Zeit variierte Mikrowelle) ist wieder die gleiche. Diese Messung wurde auf dem alten Chip gemacht, um zu demonstrieren, dass die QSR-Tomographie auf allen Phasenqubits funktioniert. Die Messungen auf dem alten Chip weisen sehr viel geringeres Rauschen auf als die auf dem neuen Chip. Dagegen ist der Effekt der Schatten-Oszillation sehr viel stärker ausgeprägt, der Blochvektor hat schon nach 150 ns einen sehr starken Drang zur positiven x-Achse (auf dem neuen Chip waren es 500 ns).

## 5.4 Die Verstimmung (z-Rotation)



**Abb. 5.6:** Z-Rotation am alten Chip am Äquator. Eine ideale Z-Rotation würde zwei vertikale Linien in den ersten beiden Spalten ergeben und eine Kreislinie in der dritten Spalte. Die 3 Zeile zeigt keine physikalisch sinnvollen Werte mehr an, dies liegt an einer älteren QSR-Version, die Probleme mit starker Dekohärenz hatte.



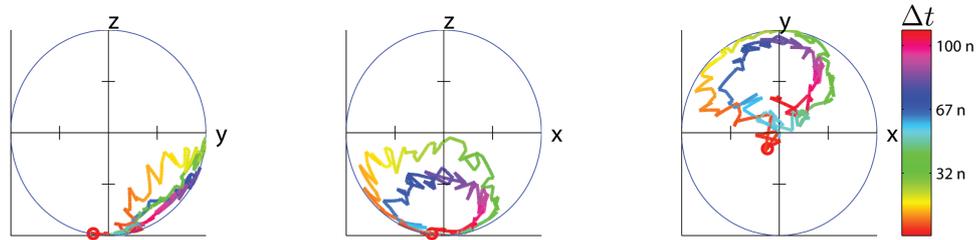
**Abb. 5.7:** Z-Rotation am neuen Chip am Äquator. Die Fluktuationen im Theta Winkel sind sehr viel stärker als in Abb. 5.6, dies liegt an Nebeneffekten des verwendeten DC-Pulses.

Um zu beweisen, dass Rotationen um die Z-Achse wie in Abb. 3.2 möglich sind, wurde folgende Sequenz durchgeführt: Zunächst wurde ein Mikrowellenpuls eingesetzt, welcher den Bloch-

vektor auf den Äquator initialisiert hat, danach wird ein in der Dauer  $\Delta t$  variiertes DC-Puls eingesetzt. Wie in Kapitel 3 gezeigt, verstimmt der DC Puls das Qubit, d.h. die Resonanzfrequenz des Qubits wird verändert und dadurch propagiert die Phase kontinuierlich. Nach dieser Präparation wird sich der Blochvektor mit einer bestimmten Phase  $\phi$  auf dem Äquator befinden, dieser Zustand wird nun über die QSR-Methode tomographiert.

Beide Abb. 5.6 und 5.7 demonstrieren eine Z-Rotation. Beim alten Chip erkennt man einen sauberen, wenig rauschenden Anfang, der relativ schnell schlechter wird, bis man gar nichts mehr erkennen kann. Dieser Effekt liegt an einer älteren instabileren Version der QSR-Methode. Am neuem Chip dagegen erkennt man ungewöhnliche Fluktuationen im Theta-Winkel schon von Anfang an. Dies liegt an der Verwendung eines DC-Pulses, der starke Oszillationen und Reflektionen bewirkt und das Ergebnis verzerrt (siehe Kapitel 6). Generell kann man sagen, dass alle Messungen, die mit einem DC-Puls gemacht werden müssen, starke Abweichungen und Fehler aufweisen.

## 5.5 Die verstimmte Rabi-Oszillation (schiefe Rotation)

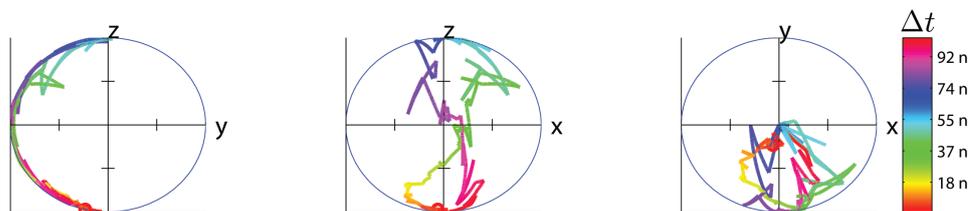


**Abb. 5.8:** Verstimmte Rotation am alten Chip um die  $\theta = 45^\circ$  und  $\varphi = 270^\circ$ -Achse. Die beiden Kreise um die beliebige Achse sind relativ gut zu erkennen.

Auch die verstimmte Rotation, beschrieben in Kapitel 3, wurde durchgeführt und gemessen. Dazu wurde eine nicht resonante Mikrowelle genutzt mit einem Frequenzunterschied zur Resonanzfrequenz von 20 MHz. Diese Mikrowelle wird ebenfalls in der Zeit  $\Delta t$  verändert. Zu erwarten ist eine Kreisbahn um eine zeitlich konstante Achse, die beliebig in der Blochsphäre liegen kann. In diesem Fall habe ich die gleiche Rotationsachse wie in Abb. 3.13, gewählt. Nach der Präparation wird wieder die QSR-Tomographie durchgeführt.

Abb. 5.8 oben zeigt eine schiefe Rotation um die  $\theta = 45^\circ$  und  $\varphi = 270^\circ$ -Achse. Es ist nur das Bild vom alten Chip gezeigt, da die DC-Probleme am neuen Chip das Bild zu sehr verzerrt haben. Deutlich erkennt man die zwei Kreise um die Rotationsachse. Das hohe Rauschen liegt an einem Test, bei dem niedrige Auflösung gegenüber kleiner Schrittweite getestet wurde.

## 5.6 Die pseudo-verstimmte Rotation

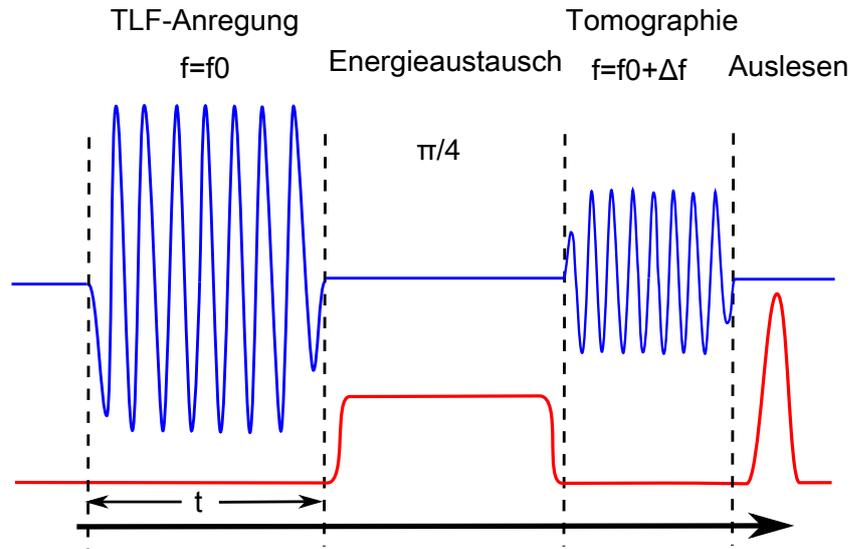


**Abb. 5.9:** Pseudo verstimmte Rotation am alten Chip. In diesem Fall wurde eine Acht auf der X-Z-Projektion versucht und ist relativ gut zu erkennen.

Um die pseudo-verstimmte Rotation aus Kapitel 3 zu demonstrieren, wird wieder eine nicht resonante Mikrowelle genutzt, die um 20 MHz verstimmmt ist. Doch im Unterschied zur verstimmten Rotation wird gleichzeitig ein DC-Puls eingesetzt, welcher die Qubitresonanzfrequenz um den gleichen Betrag verstimmmt, so dass Mikrowelle und Qubit wieder in Resonanz sind. Dazu wird die Sequenz in Abb. 3.19 verwendet. Danach wird wieder die TLF-Tomographie durchgeführt. Der Verlauf einer pseudo-verstimmten Rotation ist relativ kompliziert und schwer zu beschreiben, da die Rotationsachse nicht mehr zeitlich konstant ist. Bei diesem Versuch wurde die Form einer Acht auf der X-Z-Projektionsebene erzeugt. Um die pseudo-verstimmte Rotation durchzuführen, sind zwei unterschiedliche Frequenzen der Mikrowelle notwendig. Einmal die nicht resonante Mikrowelle für die Rotation und einmal eine resonante Mikrowelle für die QSR-Tomographie. Um beide Frequenzen zu erzeugen, wurde die Mikrowelle mit Hilfe der CS-Eichung verstimmmt, d.h. dieser Versuch ist auch ein Beweis für die Funktionalität der CS-Eichung.

Abb. 5.9 zeigt eine pseudo verstimmte Rotation. Leider ist auch hier die Auflösung auf dem alten Chip nicht besonders hoch. Man erkennt aber den Verlauf der Bewegung des Blochvektors, welcher in der XZ-Projektion die Form einer Acht annimmt. Auf dem neuen Chip war es wegen DC-Puls Problemen wieder einmal nicht möglich, aussagekräftige Messungen durchzuführen.

## 5.7 Die TLF-Tomographie



**Abb. 5.10:** Pulssequenz zum Versuch einer Rabi-Oszillation an einem TLF. Die Oszillation wurde mit einer Mikrowelle in Resonanz mit dem TLF angeregt und mit einem DC-Puls auf das Qubit übertragen. Danach wird das Qubit tomographiert.

Zum Abschluss des Kapitels wird noch der Versuch einer TLF-Tomographie vorgestellt. Dazu wird folgendes gemacht: Das Qubit wird 350 MHz von der Resonanz des zu tomographierenden TLFs platziert (ein größerer Abstand wäre zwar wünschenswert gewesen, war aber nicht möglich ohne zusätzliche DC-Pulse zu verwenden). Dann wird das TLF zeitlich variabel mit einer sehr intensiven Mikrowelle (sehr viel mehr Leistung, als man bei einem Qubit einsetzen sollte, ohne unerwünschte Nebeneffekte zu bekommen) über einen variablen Zeitraum bestrahlt. Danach wird mit Hilfe eines unvermeidlichen DC-Pulses das Qubit in Resonanz mit dem TLF gebracht, die Dauer ist genau so, dass die komplette Anregung des TLFs auf das Qubit übergeht. Zum Schluss wird die QSR-Tomographie am Qubit durchgeführt. Die komplette Sequenz ist in Abb. 5.10 dargestellt.

In Abb. 5.11 ist die Rabi-Oszillation am TLF gezeigt. Die allererste Umrundung des Blochvektors erinnert grob an eine Rabi-Oszillation um die x-Achse, während die zweite Rotation mehr an eine Oszillation um eine verstimmt Achse erinnert. Daneben sind noch einige Phasensprünge im Grafen zu bemerken. Es ist nicht mit Bestimmtheit zu sagen, was genau diese Störungen verursacht, einige Möglichkeiten wären: Die starke Energie die zum Anregen des TLFs benötigt wird, könnte unerwünschte Effekte wie die Anregung höherer Zustände bewirken. Die geringe Verstimmsreichweite (von 350 MHz) des Qubits könnte eine unerwünschte leichte Anregung des Qubits bewirken. Es könnte auch eine Verschränkung zwischen Qubit und TLF entstanden sein, die unerwünschte Effekte produziert. Natürlich könnte es auch etwas ungewöhnliches am TLF selbst sein. Ein ganz entscheidender Fehler, der großen Einfluss hatte, ist der Einsatz eines DC-Pulses. Besonders bei TLFs beeinflusst er ziemlich stark die Resonanz zwischen Mikrowelle und TLF. Beschrieben werden die Fehler ausführlich in Kapitel 6.

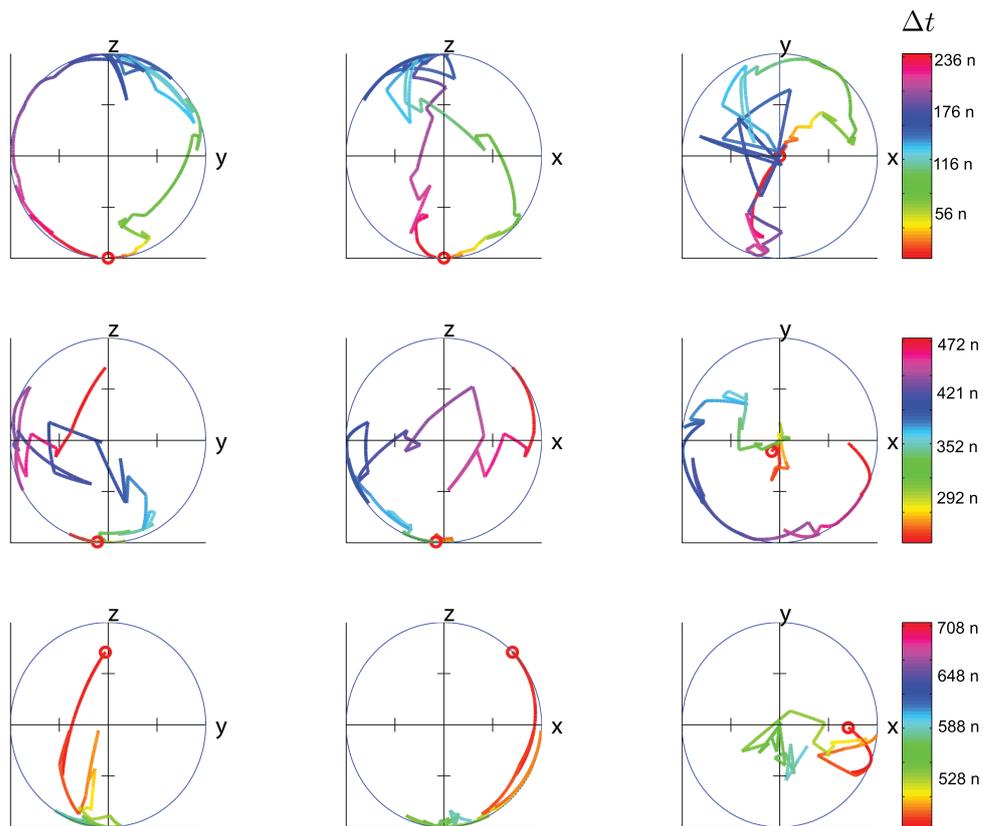


Abb. 5.11: Rabi-Oszillation an einem TLF auf dem neuen Chip.

# Kapitel 6

## Die Fehleranalyse

Dieses Kapitel befasst sich mit der qualitativen Fehleranalyse von schnellen DC-Pulsen, Mikrowellen, TLFs und der CS-Eichung. Um das Kapitel zu verstehen, sind Vorkenntnisse aus Kapitel 2 und 3 dringend erforderlich. Die Effekte, die hier beschrieben werden, haben alle Einfluss auf die Messungen in Kapitel 5. Leider kann man die einzelnen Effekte nur schwer voneinander unterscheiden, Wochen an Zeit erfordern würde. Deshalb ist dieses Kapitel nur eine qualitative Aufzählung von den wichtigsten Effekten, die Fehler verursachen. Fehler die im Buch „**Experiments on Superconducting Josephson Phase Quantum Bits**“ von Jürgen Lisenfeld auftreten, werden nicht mehr erwähnt.

### 6.1 Die Probleme von schnellen DC-Pulsen

Die Probleme der schnellen DC-Pulse sind sehr vielfältig. Anstiegszeiten, Reflektionen und Resonanzen sind die Hauptprobleme. Werden DC-Pulse benutzt, sind sie meistens die Hauptquelle von Fehlern. Die deutlichsten Fehler sind Fluktuationen in der Ausleswahrscheinlichkeit von Messungen, Phasenfehler und ganz stark Abweichungen in der Resonanz zwischen Qubits und TLFs.

#### 6.1.1 Die Probleme von schnellen DC-Pulsen am Oszilloskop

Schnelle DC-Pulse (im Bereich von 10 ns bis 200 ns) sind wichtig, um eine Verstimmung des Qubits zu bewirken (siehe Kapitel 3). Dabei ist eine Amplitudenstabilität während des DC-Pulses von entscheidender Bedeutung, da schon eine leichte Schwankung zu einem erheblichen Phasenfehler führen kann.

In Abb. 6.1 erkennt man einen DC-Puls, der unverändert direkt an das Oszilloskop angeschlossen ist. So einen Puls kann man in drei Abschnitte unterteilen: Bereich des ersten Anstiegs, Bereich des zweiten Anstiegs und stabiler Bereich.

Der Bereich des ersten Anstiegs ist vom AWG selbst beschränkt. Zur Erinnerung: ein AWG generiert einen Puls, indem es diskrete „Spannungspunkte“ in gleichen Zeitabständen erzeugt und sie durch eine differenzierbare Spannungslinie verbindet. Der Bereich gibt die Zeit an, die ein Puls braucht, um von einem Spannungspunkt zu einem zweiten Spannungspunkt zu springen. In diesem Fall beträgt die Anstiegszeit  $2 \cdot U_{diff}[ns/V] + 0.5[ns/V]$ , wobei  $U_{diff}$  die Spannungsdifferenz zwischen zwei Spannungspunkten angibt. Dies ist vollkommen ausreichend, da normalerweise keine Spannungen von 1 V angelegt werden, der Bereich, der standardmäßig genutzt wird, liegt im Bereich von 0-200 mV.

Der Bereich des zweiten Anstiegs ist ein parasitärer Effekt. Durch parasitäre Induktivitäten im Kabel und in den Kontakten wird die gewünschte Spannung nur verzögert erreicht. Die Anstiegszeit beträgt 3.5 ns und die Amplitude  $0.042 \cdot U_{diff}$ .



Abb. 6.1: Ein DC-Puls direkt am Ausgang des AWG.

Der stabile Bereich ist die Region bei der keine Spannungsänderungen feststellbar sein sollten. In diesem Fall ist dies erfüllt.

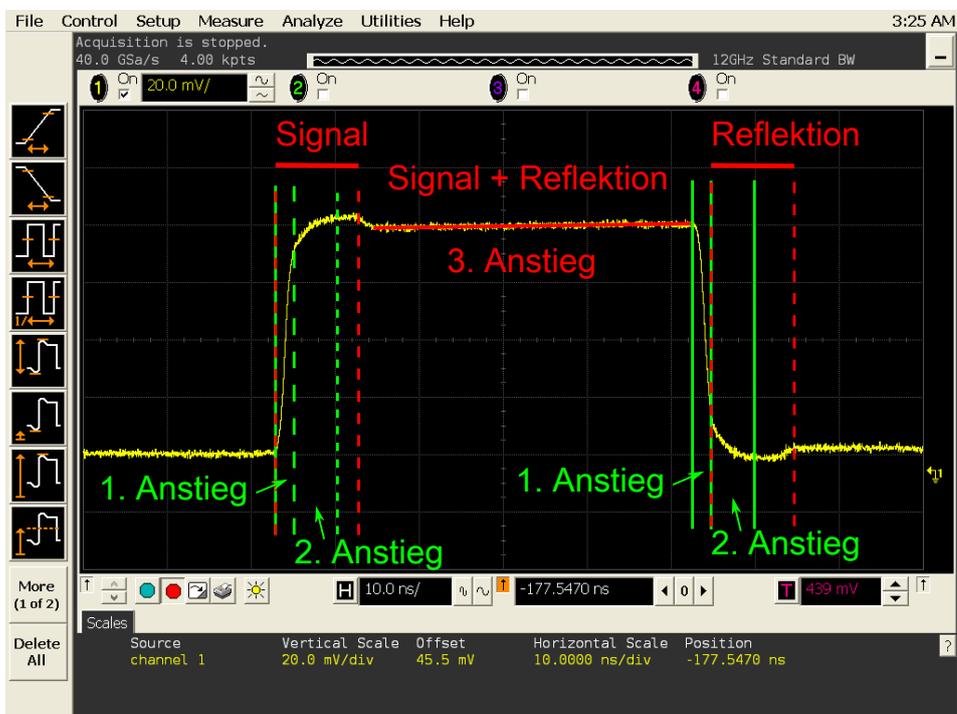


Abb. 6.2: Ein DC-Puls hinter zwei Leistungsteilern.

In Abb. 6.2 erkennt man den gleichen DC-Puls wie in Abb. 6.1, nachdem er durch zwei Leistungsteiler hindurch ist (so wie es der Aufbau in Kapitel 2 vorhersieht). Zusätzlich zu den drei Bereichen gibt es nun einen Reflektionsbereich, der durch die Anwesenheit der zwei Leistungsteiler zu erklären ist.

Der Bereich des ersten Anstiegs bleibt unverändert. Im Schnitt bewirkt dieser Effekt eine Pulsverkürzung von 0.5 ns, wenn es um die Festlegung eines konstanten Amplitudenbereiches geht. Andere Effekte sind im Mittel vernachlässigbar, bei einer minimalen Pulslänge von über 2 ns.

Der Bereich des zweiten Anstiegs ist im Gegensatz zu Abb. 6.1 stärker ausgeprägt. Die parasitäre Induktivität wird durch die beiden Leistungsteiler vergrößert. Die Anstiegszeit beträgt nun 5 ns und die Amplitude  $0.133 \cdot U_{diff}$ . Der Einsatz einer Mikrowelle ist in diesem Bereich zu vermeiden, sonst drohen Phasenfehler des Blochvektors aufgrund einer verstimmt Mikrowelle. Besonders bei einem Austausch des Qubits mit einem TLF ist dieser Effekt kritisch, da für einige Zeit keine komplette Resonanz möglich ist und damit Verstimmungen zwischen Qubit und TLF entstehen.

Der stabile Bereich ist nicht mehr stabil, er hat eine konstante Anstiegszeit von  $0.0005[1/ns] \cdot U_{diff}$ . Der Grund für diese Anstiegszeit ist vermutlich wieder eine parasitäre Induktivität oder eine kapazitive Entladung. Dieser Effekt bewirkt eine Erhöhung der Verstimmung von 0.05% pro ns, d.h. der Einsatz einer Mikrowelle während eines DC-Pulses bewirkt je nach Stärke der Verstimmung eine Abweichung der Resonanzfrequenz in der Zeit.

Der Reflektionsbereich wird durch eine Überlagerung des gleichen Signals mit invertierter Amplitude entstehen. Die Amplitude hat dabei 5% des ursprünglichen Betrags und tritt mit 10 ns Verzögerung ein. Dieser Effekt ist so gravierend, dass es eine konstante Resonanz zwischen einem TLF und einem Qubit unmöglich macht. Möchte man trotzdem eine Resonanz erzielen, dann muss man dies ohne einen DC-Puls durchführen. Das Einschalten einer Mikrowelle ist, so lange die Reflektion nicht eintritt bzw. noch nicht abgeklungen ist, nicht zu empfehlen.

### 6.1.2 Die Einflüsse eines DC-Pulses auf das Qubit

Am Anfang dieses Kapitels wurde detailliert über Nebeneffekte von DC-Pulsen gesprochen. In diesem Unterkapitel werden Effekte erklärt die im Kryostaten selbst entstehen. In Abb. 6.3 ist der Einfluss eines einzigen DC-Pulses von 5 ns Breite und -0.5 V Höhe gezeigt, variiert wird der Abstand zwischen DC-Puls und Auslesepuls. Der erste Effekt ist die direkte Reflektion des DC-Pulses, sie tritt wie schon besprochen nach 10 ns invertiert auf und überlagert sich mit dem Auslesepuls. Dadurch wird der Auslesepuls kurzzeitig erhöht und man erkennt einen hohen Peak. Als nächstes tritt eine Resonanz auf, die ein konstantes Offset und eine Schwingung mit einer Oszillationsfrequenz von 12 MHz besitzt. Dieses Offset lässt sich mit einem längeren Kabel verzögern, die Schwingung dagegen nicht. Ein weiterer Reflektionspeak ist nach über 200 ns sichtbar, woher er kommt ist nicht sicher. Der Einfluss auf Messungen wird in Abb. 6.7 veranschaulicht.

## 6.2 Die Probleme beim Einsatz von Mikrowellen

Dieses Unterkapitel befasst sich mit dem Einsatz von Mikrowellen. Das Hauptproblem ist die Reflektion und Überlagerung von Mikrowellen. Ein Effekt wurde schon in Kapitel 5 in der Tomographie beschrieben. Andere Effekte sind starke Abweichungen bei kurzen Pulsen und generell eine Pulsverkürzung von circa 1 ns bei allen Mikrowellenpulsen.

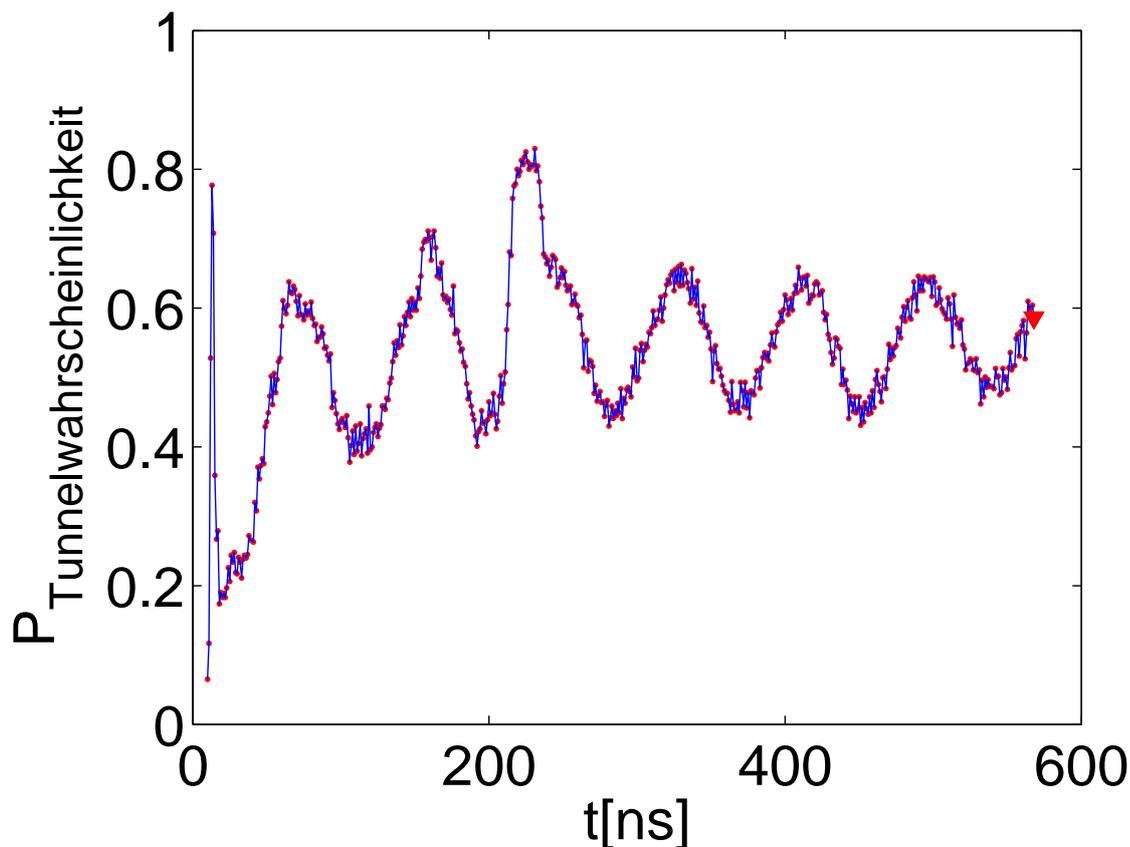


Abb. 6.3: Aufnahme einer Messung eines DC-Pulses mit einer Länge von 5 ns und Höhe von 0.5 V. Der Abstand zwischen DC- und Auslesepuls wird variiert.

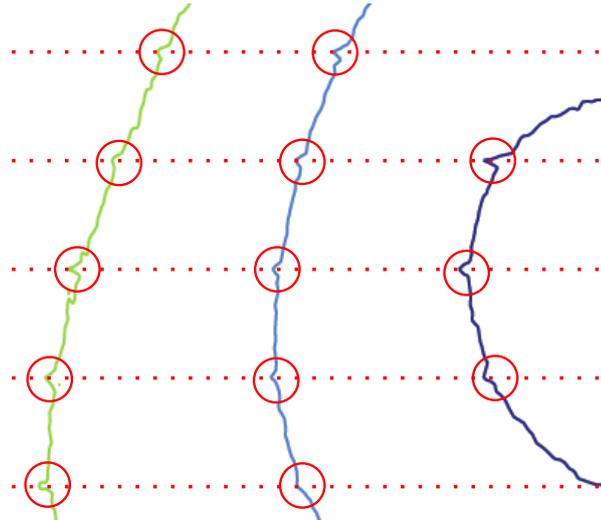
### 6.2.1 Die Reflektionen zwischen Mikrowellenpulsen am Beispiel der CS-Eichung

Durch eine Fehlanpassung am Ende des Leistungsteilers kommt es zwischen Oszilloskop und Leistungsteiler und vermutlich an anderen Stellen, bei denen lange Kabel genutzt werden, zu deutlichen Reflektionen. Der zeitliche Abstand ist genau so, dass die Reflektion des ersten Pulses sich mit dem zweiten Puls überlagert. Dies verursacht, dass die Amplitude des jeweils nächsten Pulses je nach Phase verstärkt oder abgeschwächt wird. Der Einfluss auf die Phase ist vernachlässigbar.

In Konturbildern wird dieser Effekt sehr deutlich an den regelmäßigen Amplitudensprüngen. Dies ist gerade der erste Puls, der nicht von Reflektionen überlagert wird und sich damit hervorhebt. In Abb. 6.4 ist ein vergrößerter Ausschnitt aus Abb. 2.3 gezeigt. Die Sprünge in den roten Kreisen verdeutlichen die systematischen Fehler verursacht durch Reflektionen.

Die Abweichungen führen dazu, dass besonders bei kleinen Amplituden von CS-Pulsen manche Stellen eine Abweichung von der wirklichen Amplitude aufweisen. Dadurch wird die Rabifrequenz leicht verändert, allerdings ist dieser Effekt in der Praxis nicht wirklich gut nachweisbar und geht meistens im Rauschen unter.

Der Fehler lässt sich reduzieren, indem man stärkere Dämpfer an den Reflektionsstellen benutzt. Dies würde eine höhere Mikrowellenleistung bzw. einen Verstärker erfordern. Diese



**Abb. 6.4:** Vergrößerter Ausschnitt aus der CS-Eichung, die Amplitudensprünge innerhalb der roten Kreise werden durch Reflexionen verursacht.

Option verursacht Kosten. Eine andere Möglichkeit wäre es, den Abstand zwischen den Pulsen zu erhöhen bis die Reflexionen abgeklungen wären. Das wiederum würde eine höhere Datenmenge bewirken und damit die Eichungszeit erhöhen. Da Zeit gleich Geld ist und lange Eichzeiten demotivierend wirken, ist dies zu vermeiden.

Die Reflexion zwischen Pulsen ist auch der Grund, warum ich das Oszilloskop und nicht den Spektrumanalysator zur CS-Eichung verwende, so wie Hofheinz [MH09]. Der Spektrumanalysator verwendet sehr lange Pulse, bei der man die Reflexionseffekte nicht erkennen kann. Hätte man dieses Problem nicht, so wäre der Spektrumanalysator eine schnellere Methode, die CS-Eichung durchzuführen.

### 6.2.2 Das Lecken des IQ-Mixers

Einen weiteren Effekt verursachen die steilen Flanken der Rechteckpulse (Abb. 6.2), die den IQ-Mixer steuern. Da sie viele Frequenzanteile haben, können kurze DC-Pulse durch den Mixer durchlecken. In Abb. 6.5 ist das Bild eines Leckpulses gezeigt. Es wurde dadurch erzeugt, dass am I- und Q-Port DC-Pulse angelegt wurden, ohne dass eine Mikrowelle aktiv war. Nach der Länge und Intensität der DC-Pulse zu urteilen, bewirkt jeder dieser Pulse eine Phasenverschiebung des Blochvektors um  $\Delta\varphi = 3^\circ - 5^\circ$ .

Eine Möglichkeit das Lecken zu reduzieren, ist es Gausspulse einzusetzen. Da die Fouriertransformation eines Gausspulses wieder ein Gausspuls ist, ist die Frequenzbandbreite wesentlich schmaler. Eine andere Möglichkeit wäre, den DC-Anteil durch einen erzeugten invertierten DC-Puls auszulöschen.

### 6.2.3 Das Rauschen

Ein Rauschen bewirkt mehrere parasitäre Effekte.

Hochfrequentes Rauschen bewirkt eine Verzerrung der Mikrowelle, die dann mit einem Fit nicht mehr eindeutig bestimmbar ist.

Hochfrequentes Rauschen kann als eine schwache, unvorhersagbare, verstimmte Mikrowelle angesehen werden, die den Blochvektor hin und her verschiebt.



Abb. 6.5: Aufnahme des Leckens des IQ-Mixer, nachdem ein DC-Puls auf die beiden Ports I und Q gegeben wurde. Die Mikrowelle blieb ausgeschaltet.

Niederfrequentes Rauschen, wie zum Beispiel das 50 Hertz Rauschen, bewirkt eine Verstimmung des Qubits, das dann bei jeder Messung eine andere Resonanzfrequenz hat.

### 6.2.4 Die Zeitentwicklung der Eichung

Im Prinzip ist die Stabilität der Eichung über mindestens fünf Tage gegeben, unter Bedingung einer störfreien Umgebung. Die Praxis sieht anders aus, Austausch von Dämpfern, Wackeln und Austausch von Kabeln bewirken eine Änderung in den Parametern. Dadurch wird der Betrag der Abweichung der Eichung mit der Zeit immer stärker.

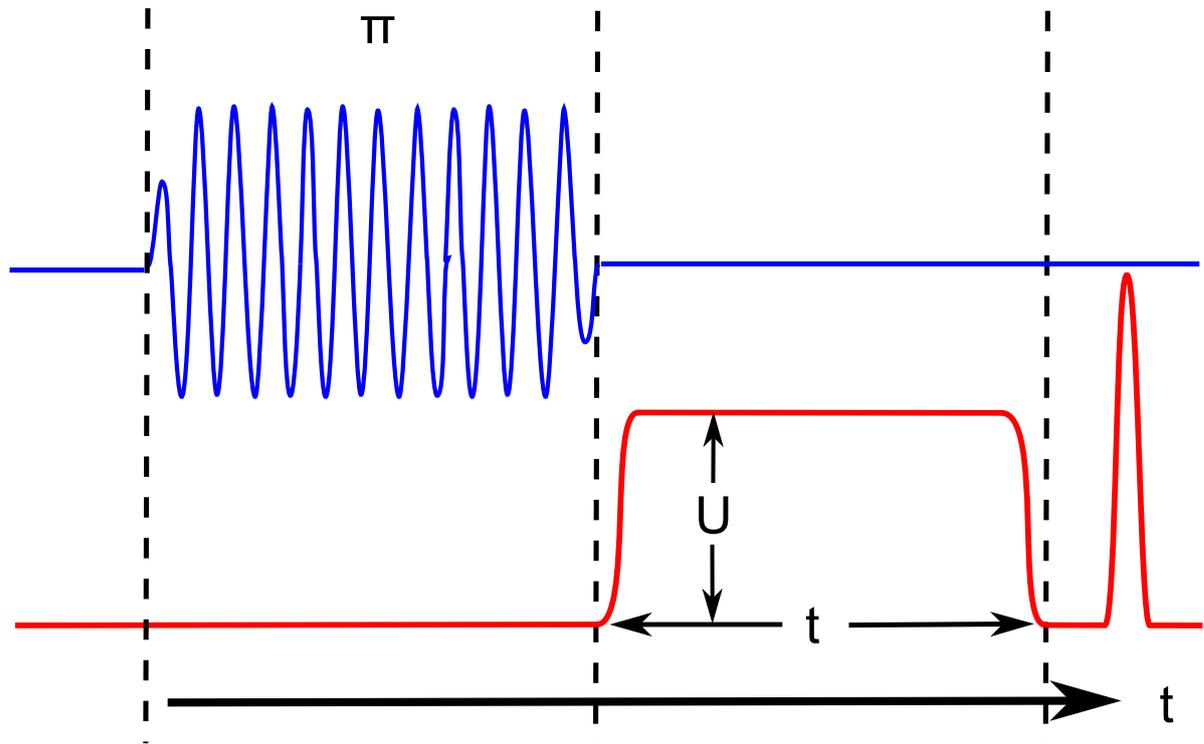
Außerdem ist ein Fluktuieren der Eichung erkennbar. Eine Eichung die bei 7 GHz gültig war ist nach einigen Wochen z.B. bei 6.98 GHz gültig. Vermutlich liegt dies an Temperatur und Feuchtigkeitsschwankungen, dadurch werden Parameter innerhalb der Hochfrequenzkomponenten geändert und bewirken damit eine verändertes Verhalten auf bestimmte Frequenzen.

## 6.3 Die Einflüsse der TLFs

Nicht nur Fehler in Hochfrequenzkomponenten spielen eine wichtige Rolle in der Präparation und Messung von Qubits. Eine mindestens gleichberechtigte Rolle spielen die TLFs. Fehler verursacht von TLFs sind meist schwer zu erkennen, deshalb wird empfohlen, in der Frequenz weit weg von starken Fluktuatoren zu sein.

Abb. 6.6 demonstriert folgenden Versuch, das Qubit wird bei 7.1 GHz durch eine Mikrowelle auf den angeregten Zustand  $|1\rangle$  gebracht. Danach wird mit einem DC-Puls über eine variable Zeit  $t$  die Resonanzfrequenz des Qubits verändert. Daraus entsteht ein dreidimensionales Bild mit den zwei Variablen  $t$  (Zeit nach der Anregung) und Frequenz (Resonanzfrequenz des Qubits)

(Abb. 6.7). Erwartet man einen exponentiellen Zerfall der sich über die Frequenz nicht ändert.



**Abb. 6.6:** Pulssequenz eines Versuches, um die Lage von TLFs zu bestimmen.

1. **TLF Klasse A:** Die TLFs Klasse A sind das erste ungewöhnliche Merkmal, die einem ins Auge springen. Das sind diese breiten blauen Linien, die ein verzerrtes Muster von Parabeln zeigen. Diese Art von TLFs hat eine besonders starke Kopplung an das Qubit (mehr als 10 MHz Kopplungsstärke) und damit einen sehr breitbandigen Einfluss auf das Qubit.
2. **TLF Klasse B:** Die TLFs Klasse B sind die deutlichen schmalen blauen Linien im Spektrum. Ihr Merkmal ist, dass die Kopplung zum Qubit so schwach ist, dass sie kleiner ist wie die Lebenszeit des TLFs. Dadurch entsteht das Bild eines exponentiellen Zerfalls.
3. **TLF Klasse C:** Die TLFs Klasse C sind wie die TLFs Klasse B, nur ist ihre Kopplungskonstante so schwach, dass sie fast nicht mehr sichtbar sind. Dennoch sollte man sie nicht unterschätzen. Die Wahl des Resonanzpunktes direkt auf so einem TLF wird unangenehme Effekte bereiten.
4. **Große Resonanz:** Wie am Anfang des Kapitels beschrieben, tritt eine Resonanz nach circa 200 ns auf. Diese Resonanz führt dazu, dass der Auslesepuls dauerhaft erniedrigt ist und damit niedrigere Besetzungswahrscheinlichkeiten gemessen werden, als sie wirklich sind. Die Amplitude dieser Resonanz ist abhängig von der Amplitude des verwendeten DC-Pulses.
5. **Kryo-Oszillation:** Ähnlich wie bei der großen Resonanz wird eine Resonanz im Kryostat durch DC-Pulse erzeugt. Diese schwingen mit einer Frequenz von circa 12 MHz,

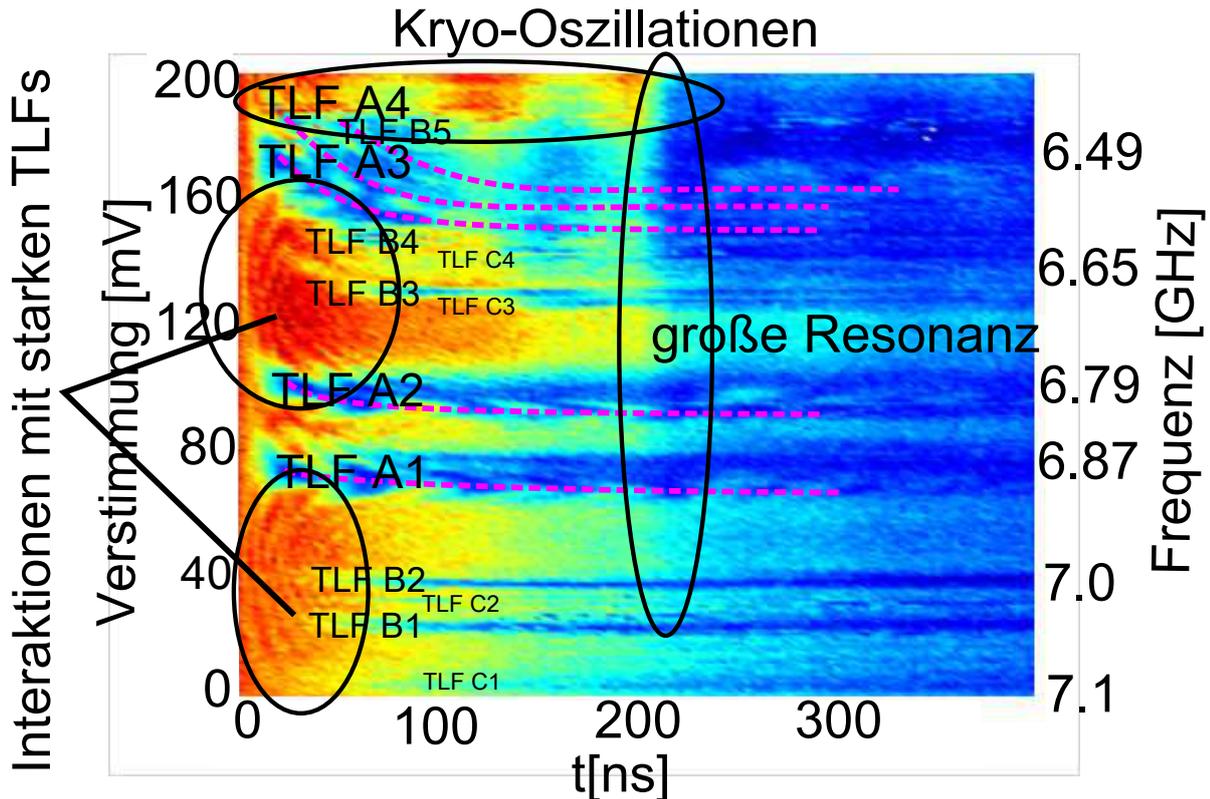


Abb. 6.7: Aufnahme des TLF-Spektrums.

diese Schwingungen überlagern sich mit dem Auslesepuls und erhöhen oder erniedrigen ihn. Natürlich bewirkt dieser Effekt auch eine Oszillation der Qubitfrequenz. Diese Resonanz ist ebenfalls von der Amplitude des verwendeten DC-Pulses abhängig.

6. **Interaktion mit starken TLFs:** In den saubereren Bereichen (größere Frequenzbereiche in denen keine TLFs vorhanden sind) erkennt man ein schnell oszillierendes Wellenmuster, dieses Wellenmuster ist eine Interaktion mit TLFs Klasse A in der Nähe. Mit anderen Worten, es gibt keinen Frequenzbereich auf diesem Qubit, welches frei von Einflüssen von TLFs wäre.
7. **Asymmetrie:** Die rot gestrichelten Linien zeigen eine abfallende Kurve, die die Isofrequenzlinien darstellen sollen. Das bedeutet, dass der verwendete DC-Puls die Qubit-Resonanzfrequenz zuerst leicht und mit der Zeit immer stärker verstimmt. Dieser Effekt lässt sich vermutlich mit der Reflektion von DC-Pulsen innerhalb von langen DC-Pulsen erklären, beschrieben am Anfang dieses Kapitels. Merkwürdig ist nur die hohe Reflektionsamplitude und das nicht sprunghafte Eintraten der Reflektion, vermutlich liegt das Problem am Kryostaten oder Qubit selbst.

## 6.4 Die Qualität der CS-Eichung am Qubit

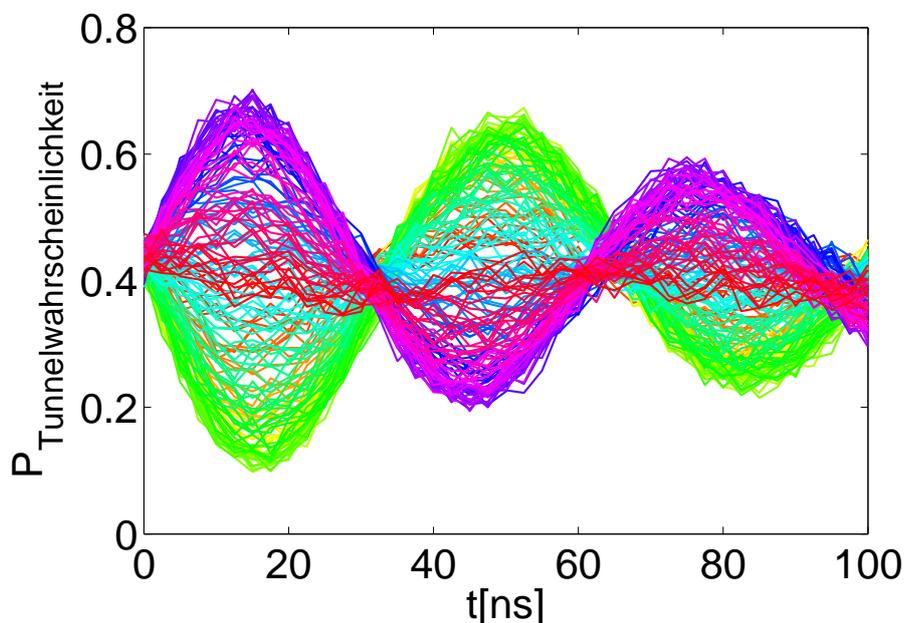
Eichungen am Oszilloskop zu verifizieren ist wichtig, doch was sie wirklich taugen zeigt sich erst am Qubit selbst. Die nachfolgenden zwei Unterkapitel prüfen die Qualität der CS-Eichung anhand von phasengesteuerten Mikrowellenpulsen und verstimmten Mikrowellenpulsen.

### 6.4.1 Die Verifikation der CS-Eichung anhand von phasengesteuerten Mikrowellenpulsen

Am Besten lässt sich eine Verifikation an einer radialen Tomographie machen, wie in Abb. 4.12 gezeigt. Dabei werden in Abb. 6.8 die einzelnen Rabioszillationen untersucht.

Für jede einzelne Rabioszillation wird ein Fit genommen und damit die Amplitude und die Frequenz bestimmt. Da der präparierte Zustand auf dem Äquator liegt, ergibt sich für die Amplitude eine Sinusfunktion in Abhängigkeit der Phase der Rotationsachse  $\phi$  (siehe Kapitel 4). In Abb. 6.9 erkennt man auch wirklich eine Sinusfunktion, die ziemlich gut mit dem Fit übereinstimmt  $\text{Amplitude} = 0.45 \sin(\phi) + 0.035$ . Das Problem an diesem Fit ist allerdings, dass die Sinusfunktion ein nicht vernachlässigbares Offset besitzt. Dieses Offset ist zunächst so nicht erklärbar.

In Abb. 6.10 ist die Frequenz der einzelnen Oszillationen eingezeichnet. Wenn die CS-Eichung exakt ist, sollte die Funktion eine Konstante ergeben. Stattdessen erkennt man eine Art verzerrte Sinusoszillation der Frequenz. Normalerweise würde dies einen Fehler in der Amplitude der Mikrowelle bedeuten. Allerdings, wenn man sich an das Offset der Amplitude erinnert und Abb. 6.9 und Abb. 6.10 vergleicht, so fällt auf, dass die Frequenz der Rabioszillation dann am niedrigsten ist, wenn die Amplitude der Rabioszillation am höchsten ist, und umgekehrt. Normalerweise ist minimale Rabifrequenz ein Anzeichen für gute Resonanz zwischen Mikrowelle und Qubit. Damit könnte eine Erklärung für diesen Effekt sein, dass eine Änderung der Spannung an I und Q, um die Phase der Mikrowelle zu ändern, ein Übersprechen zwischen Ausgängen des AWGs ergibt (Abb. 2.2), was dazu führt, dass eine Änderung der Phase der Mikrowelle eine Änderung der Resonanzfrequenz des Qubits bewirkt. Ignoriert man das Problem mit der Verstimmung, so verhält sich das Qubit genau, wie die Theorie vorhersagt und Abweichungen in der Eichung gehen im Rauschen unter.



**Abb. 6.8:** Einzelne Rabi-Oszillationen der Radialen Tomographie. Die Farben symbolisieren die Phase  $\phi$  der Rotationsachsen.

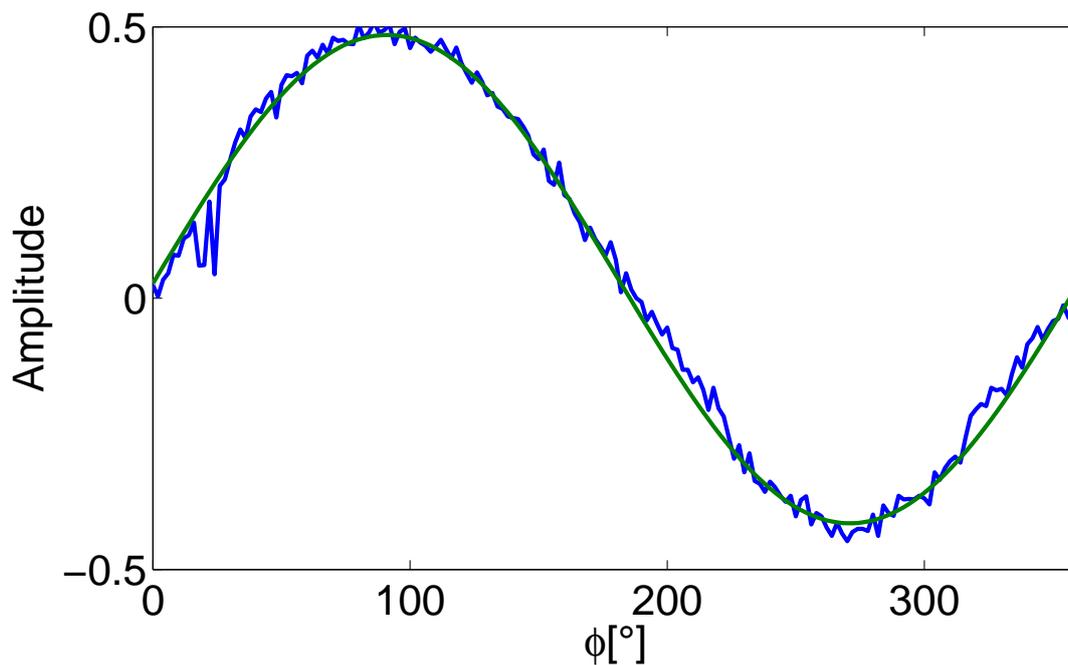


Abb. 6.9: Amplituden der einzelnen Rabis aus Abb. 6.9.

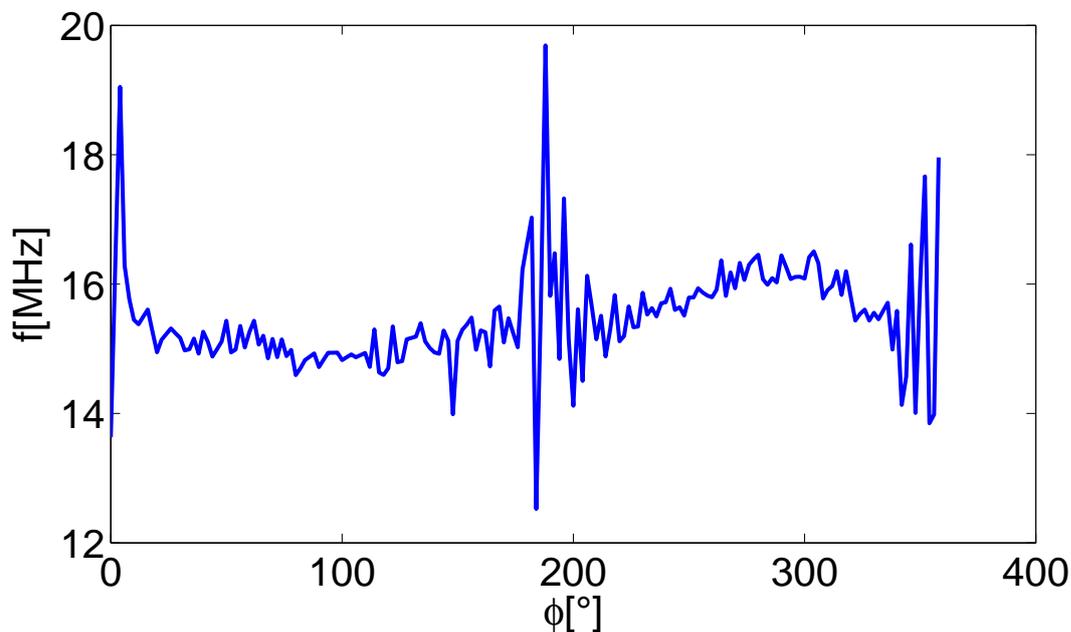
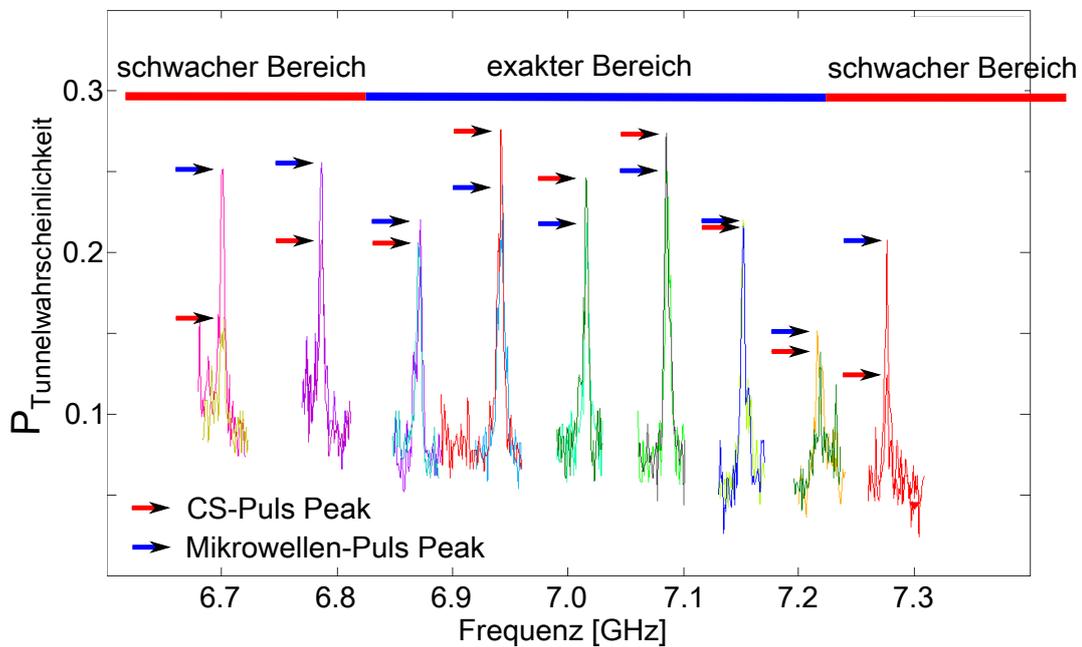


Abb. 6.10: Frequenzen der einzelnen Rabis aus Abb. 6.9.

### 6.4.2 Die Qualität einer verstimzten Mikrowelle

In Kapitel 2 wurde bereits erwähnt, dass es eine Grenze für die maximale Verstimmungsreichweite der Mikrowelle gibt. Um diese Grenze zu bestimmen, wird folgender Versuch durchgeführt. Auf dem Qubit werden für unterschiedliche Frequenzen unterschiedliche Resonanzen

aufgenommen. Diese Resonanzen werden nach zwei Methoden durchgeführt. Zuerst werden die Resonanzen mit einer unveränderten Mikrowelle direkt aus dem Mikrowellengenerator bestrahlt. Im zweiten Durchlauf wird die Frequenz auf den Wert 7.02 GHz festgelegt und jetzt nur noch mit Hilfe der CS-Eichung verstimmt. In Abb. 6.11 sind beide Resonanzen dargestellt, die Maxima der Resonanzen werden zur Unterscheidung mit einem roten bzw. blauen Pfeil eingezeichnet. Was man nun erkennt ist folgendes. Die Position der Peaks ist an jeder Stelle exakt gleich und auch die Breite der Peaks ist gleich. Dies bedeutet, dass die Frequenzgenauigkeit beider Methoden gleichwertig ist. Allerdings merkt man, dass die Amplitude der Peaks ab einer gewissen Verstimmungsfrequenz immer schlechter wird. Dies liegt daran, dass die Abtastrate des AWG in diesen Bereichen zu gering wird, um den Puls vollständig zu reproduzieren. Man kann nun die Bereiche in einen genauen Bereich (Mikrowelle wird ideal verstimmt) und einen schwachen Bereich (Mikrowelle wird abgeschwächt) unterteilen, außerhalb dieser Bereiche sollte man nicht verstimmen.



**Abb. 6.11:** Gegenüberstellung von Resonanzen des Qubits, erzeugt durch eine unveränderte Mikrowelle und eine verstimmte Mikrowelle.



# Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurden unterschiedliche Methoden zur Kontrolle und dem Auslesen von Phasenqubits untersucht und entwickelt.

Die Mikrowellenkontrolle ist die wichtigste Möglichkeit Qubits zu steuern und nur mit einer genauen Kontrolle ist es möglich Qubitoperationen, wie die Tomographie, durchzuführen. Bei einem Test der üblichen Verfahren hat sich herausgestellt, dass die bisher verwendeten Methoden für den verwendeten IQ-Mixer unzureichend sind. Daher wurde ein neues Verfahren mit dem Namen CS-Eichung (Cranky-Shape)-Eichung entwickelt. Diese Eichung basiert auf dem Rastern des Arbeitsbereiches des IQ-Mixers, durch den ein digitaler „Fingerabdruck“ des IQ-Mixers erstellt wird, welcher das vollständige Verhalten charakterisiert. Mit diesem Fingerabdruck ist es nun möglich jede Art von Mikrowellenpulsen, charakterisiert durch die Phase und Amplitude, zu erstellen. Es war sogar möglich die Mikrowelle selbst zu verstimmen (die Frequenz der Mikrowelle nachträglich zu verändern). Dadurch ist es möglich, Operationen, die verschiedene Mikrowellenfrequenzen benötigen, sehr leicht durchzuführen, was bisher nur mit intensivem Aufwand möglich war. Auch die Grenzen der CS-Eichung wurden vorgestellt. Die wichtigste ist, die Verstimmungsreichweite der Mikrowelle, die durch die Abtastrate des verwendeten Digital-zu-Analog-Wandlers limitiert ist.

In Kapitel 3 wurde die Blochsphäre vorgestellt, an der alle Operationen des Qubits veranschaulicht wurden. Dabei wurden fünf Rotationstypen vorgestellt: Die X-Z-Rotationen, welche nur die notwendigsten Rotationen darstellen, die man aber auch ohne IQ-Mixer verwenden kann. Die Menge der  $[X,Y]$ -Rotationen, bei denen die Rotationsachse in der XY-Ebene liegt. Sie werden z.B. für diverse Tomographiemethoden verwendet. Die Eichrotation, die eine Neudefinition der Blochkugel erlaubt, um zum Beispiel Phasenfehler zu korrigieren. Die verstimmten Rotationen um beliebige, schiefe Rotationen, wie zum Beispiel die Hadamard Operation, in der Blochsphäre durchzuführen. Zum Schluss wurde noch die pseudo-verstimmte Rotation vorgestellt, die verwendet wird um TLFs auszulesen.

Eine Tomographie ist eine Methode, um einen Zustand vollständig abzuschätzen. Dabei werden Mittelwerte unterschiedlicher Projektionen des Zustands bestimmt und ausgewertet. Die Tomographie ist eine unerlässliche Methode um quantenmechanische Methoden zu evaluieren, deshalb war es notwendig, eine Methode zu finden, die schnell und präzise Zustände bestimmen kann. In Kapitel 4 wurden unterschiedliche Methoden untersucht und nur die Standard-Tomographie wurde für schnell genug befunden, mehrere Zustände in akzeptabler Zeit zu bestimmen. Durch Fehlerbetrachtung beim Auslesen des Qubits wurde eine neue Methode entwickelt, die genau die Zustände ausliest, die den niedrigsten Auslesefehler aufweisen. Diese Methode nenne ich QSR-Tomographie (Qubit State Restoration)-Tomographie. Mit Hilfe dieser Methode ist es theoretisch möglich, einen Zustand bei gleicher Genauigkeit mit bisher unerreichter Geschwindigkeit auszulesen.

Mit Hilfe der QSR-Tomographie und der Mikrowellenkontrolle durch die CS-Eichung wurden die unterschiedlichen Rotationen aus Kapitel 3 durchgeführt. Das Experiment war erfolgreich: Mit Hilfe der CS-Eichung konnten die Rotationstypen durch die QSR-Tomographie in Kapitel 5 visuell dargestellt werden. Dabei hat die CS-Eichung ausgezeichnet funktioniert und konnte automatisiert werden. Die Rotationstypen haben sich genau so verhalten wie in Kapitel 3

beschrieben. Leider war die QSR-Tomographie nicht ganz zufriedenstellend. Da die Methode die zeitliche Diskretisierung des Digital-zu-Analog-Wandlers nicht berücksichtigt wurde, was zu einem systematischen Fehler von bis zu fünf Grad geführt hat. Durch diesen Fehler konnte ein direkter Vergleich mit der Standard-Methode nicht durchgeführt werden. Trotz dieses Fehlers, hat die QSR-Tomographie akzeptable Ergebnisse geliefert, was beweist, dass diese Methode funktioniert.

Während der Messung traten eine Vielzahl von unterschiedlichen Fehlerquellen auf, die in Kapitel 6 ausführlich beschrieben werden. Diese Fehler waren so gravierend, dass gewisse Projekte leider nicht erfolgreich waren, wie z.B. ein logisches CNOT mit einem Qubit und TLF zu realisieren. Auch das Tomographieren eines TLFs war nur teilweise erfolgreich.

# Literaturverzeichnis

- [FDD72] T. A. Fulton, L. N. Dunkleberger, and R. C. Dynes, *Quantum interference properties of double josephson junctions*, Phys. Rev. B **6** (1972), no. 3, 855–875.
- [Jos62] B. D. Josephson, *Possible new effects in superconductive tunnelling*, Physics Letters **1** (1962), no. 7.
- [LFB<sup>+</sup>07] P. J. Leek, J. M. Fink, A. Blais, R. Bianchetti, M. Goppl, J. M. Gambetta, D. I. Schuster, L. Frunzio, R. J. Schoelkopf, and A. Wallraff, *Observation of Berry's Phase in a Solid-State Qubit*, Science **318** (2007), no. 5858, 1889–1892.
- [LHA<sup>+</sup>08] Erik Lucero, M. Hofheinz, M. Ansmann, Radoslaw C. Bialczak, N. Katz, Matthew Neeley, A. D. O'Connell, H. Wang, A. N. Cleland, and John M. Martinis, *High-fidelity gates in a single josephson qubit*, Phys. Rev. Lett. **100** (2008), no. 24, 247001.
- [LKB<sup>+</sup>10] Erik Lucero, Julian Kelly, Radoslaw C. Bialczak, Mike Lenander, Matteo Mariantoni, Matthew Neeley, A. D. O'Connell, Daniel Sank, H. Wang, Martin Weides, James Wenner, Tsuyoshi Yamamoto, A. N. Cleland, and John M. Martinis, *Reduced phase error through optimized control of a superconducting qubit*, Phys. Rev. A **82** (2010), no. 4, 042339.
- [McC68] D. E. McCumber, *Effect of ac impedance on dc voltage-current characteristics of superconductor weak-link junctions*, Journal of Applied Physics **39** (1968), no. 7, 3113–3118.
- [MH09] M.**et.al** Max Hofheinz, *Synthesizing arbitrary quantum states in a superconducting resonator*, Nature **459** (2009), no. 8005.
- [MN08] Radoslaw C. Bialczak Matthew Neeley, M. Ansmann, *Process tomography of quantum memory in a josephson-phase qubit coupled to a two-level state*, Nature Physics **4** (2008), 523–526.
- [SAM<sup>+</sup>06] Matthias Steffen, M. Ansmann, R. McDermott, N. Katz, Radoslaw C. Bialczak, Erik Lucero, Matthew Neeley, E. M. Weig, A. N. Cleland, and John M. Martinis, *State tomography of capacitively shunted phase qubits with high fidelity*, Phys. Rev. Lett. **97** (2006), no. 5, 050502.
- [SLH<sup>+</sup>04] R. W. Simmonds, K. M. Lang, D. A. Hite, S. Nam, D. P. Pappas, and John M. Martinis, *Decoherence in josephson phase qubits from junction resonators*, Phys. Rev. Lett. **93** (2004), no. 7, 077003.
- [Ste68] W. C. Stewart, *Current-voltage characteristics of josephson junctions*, Applied Physics Letters **12** (1968), no. 8, 277–280.



# Erklärung

Hiermit erkläre ich, diese Arbeit selbstständig und unter ausschließlicher Verwendung der angegebenen Literatur angefertigt zu haben.

-----  
(Ort, Datum)

-----  
(Piotr Skwierawski)